

ГОТОВИМСЯ К ГИА



АЛГЕБРА

7

КЛАСС

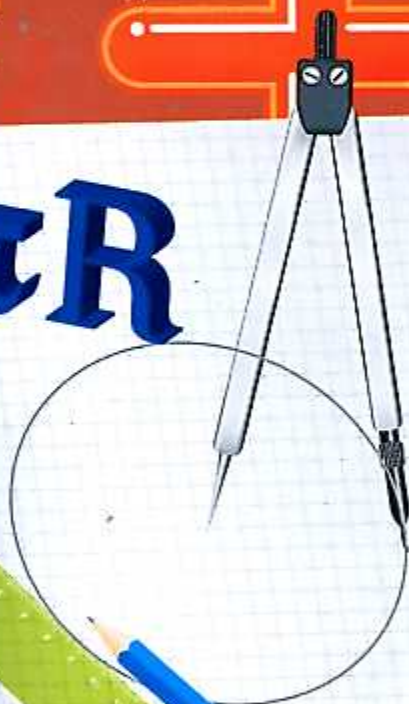
ПРАКТИКУМ

x

y

z

$2\pi R$



Σ

Л.Б. Крайнева

**Алгебра
7 класс**

ПРАКТИКУМ
ГОТОВИМСЯ К ГИА

Москва
«Интеллект-Центр»
2013

УДК 373.167.1:51+51(075.3)

ББК 22.1я721

К78

Крайнева, Л.Б.

К78 Алгебра. 7 класс. Практикум. Готовимся к ГИА: [учебное пособие] / Л.Б. Крайнева. – Москва: Интеллект-Центр, 2013. – 136 с.

ISBN 978-5-00026-005-0

Данное пособие представляет собой практикум по решению задач основных тем курса алгебры 7 класса и предназначено для закрепления и систематизации знаний учащимися, выработки у них прочных навыков алгебраических преобразований и решения уравнений курса математики 7 класса.

Каждая тема содержит краткий теоретический материал, приведены опорные задачи с решениями, а также задания базового и повышенного уровня сложности для самостоятельного решения учащимися. В конце каждой темы даны тесты для самоконтроля и диагностики знаний и умений учащихся и их последующей коррекции.

Пособие написано в соответствии с программой курса алгебры 7 класса, ориентированной на учебник «Алгебра 7», авторов Ю.Н. Макарычева и др., но может быть использовано и при работе по другим учебникам.

Пособие адресовано учащимся 7 класса, их родителям, учителям математики и методистам.

УДК 373.167.1:51+51(075.3)

ББК 22.1я721

Генеральный директор издательства «Интеллект-Центр»

М. Б. Миндюк

Редактор Д. П. Локтионов

Художественный редактор Е. Ю. Воробьева

Подписано в печать 02.07.2013. Формат 60х84/8. Усл. печ. л. 17.

Тираж 5000 экз. Заказ № 1308800.

Издательство «Интеллект-Центр»

125445, Москва, ул. Смольная, д. 24А

arvato
япк

Отпечатано в полном соответствии с качеством
предоставленного электронного оригинал-макета
в ОАО «Ярославский полиграфкомбинат»
150049, Ярославль, ул. Свободы, 97

ISBN 978-5-00026-005-0

© «Интеллект-Центр», 2013

© Л.Б. Крайнева, 2012

Содержание

Предисловие	4
Повторение курса математики 5–6-х классов	5
Проверочная работа	5
I. Выражения, тождества, уравнения	11
1. Выражения	11
2. Преобразование выражений	18
Проверочная работа № 1 по теме «Выражения. Преобразование выражений»	21
3. Уравнения с одной переменной	23
4. Статистические характеристики	32
Проверочная работа № 2 по теме «Линейные уравнения с одной переменной»	36
II. Функции	38
1. Функции и их графики	38
2. Линейная функция	42
Проверочная работа № 3 по теме «Функции»	49
III. Степень с натуральным показателем	53
1. Понятие степени натуральным показателем	53
2. Свойства степени с натуральным показателем	55
3. Одночлены и действия с ними	58
4. Функции $y = x^2$ и $y = x^3$ и их графики	60
Проверочная работа № 4 по теме «Степень с натуральным показателем»	63
IV. Многочлены	66
1. Сумма и разность многочленов	66
2. Произведение одночлена и многочлена	69
Проверочная работа № 5 по теме «Действия над многочленами»	73
3. Произведение многочленов	75
Проверочная работа № 6 по теме «Умножение многочленов, разложение многочлена на множители»	80
V. Формулы сокращенного умножения	82
1. Квадрат суммы и квадрат разности	82
2*. Куб суммы и куб разности	85
3. Разность квадратов	87
Проверочная работа № 7 по теме «Квадрат двучлена. Разность квадратов»	90
4. Сумма и разность кубов	92
5. Преобразование целых выражений	93
Проверочная работа № 8 по теме «Преобразование целых выражений»	96
VI. Системы линейных уравнений	98
1. Линейные уравнения с двумя переменными и их системы	98
2. Решение систем линейных уравнений	100
3. Решение задач с помощью систем линейных уравнений	108
Проверочная работа № 9 по теме «Системы линейных уравнений с двумя переменными» ...	113
Итоговая проверочная работа	116
Ответы	120
Литература	135

Предисловие

Данное пособие представляет собой практикум по решению задач основных тем курса алгебры 7 класса и предназначено для закрепления и систематизации знаний учащимися, выработки прочных навыков алгебраических преобразований выражений и решения уравнений, задач с помощью уравнений, а также самостоятельного повторения основного материала курса алгебры 7 класса.

Каждая тема включает в себя:

- опорный теоретический материал;
- образцы решения задач по данной теме;
- задания для самостоятельного решения.

В разделе «Проверочные работы» предлагаются тестовые задания в новом формате, предназначенные не только для самоконтроля, но и для ознакомления учащихся со структурно-содержательным аспектом материалов ГИА. В каждой проверочной работе базовый уровень курса алгебры 7 класса представлен заданиями нескольких видов:

- 1) задания с выбором ответа (из четырех ответов необходимо выбрать верный и записать номер этого ответа в специальной таблице);
- 2) задания с кратким ответом (для них необходимо записать ответ в той же таблице);
- 3) задания на соотнесение (для них необходимо записать соответствие между двумя множествами математических объектов, например, между уравнениями и корнями этих уравнений);
- 4) задания с развернутой формой ответа, к которым необходимо записать решение в отдельной тетради.

Для выполнения заданий первых трёх видов рекомендуется использование черновика.

Предлагаемый материал поможет семиклассникам отработать навыки решения задач по указанным темам, ликвидировать пробелы и систематизировать знания в процессе подготовки к ГИА. Пособие может быть использовано в учебном процессе учащимися для самостоятельной работы, а также учителями для индивидуального контроля на уроке. В конце пособия приведены ответы.

Пособие ориентировано на учебник «Алгебра 7» авторов Ю.Н. Макарычева, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешкова, С.Б. Суворовой, а также может быть использовано при работе по другим учебникам алгебры для 7 класса.

Повторение курса математики 5–6 классов
Проверочная работа

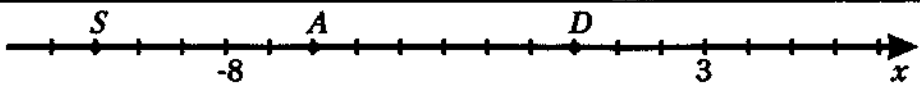
Вариант 1

1. Вычисли:		
а) $6-12=$	г) $-2-(-8)=$	ж) $(-3)^2=$
б) $-8-6=$	д) $18:(-6)=$	з) $ -19 =$
в) $-5 \cdot (-10)=$	е) $-12 \cdot 3=$	и) $ -4 \cdot 3 =$

2. Вычисли:		
а) $0,8+0,3=$	г) $3,2 \cdot 3=$	ж) $8:100=$
б) $1,4+0,26=$	д) $0,9 \cdot 10=$	з) $3,2:4=$
в) $12,7-0,82=$	е) $0,6 \cdot 1,2=$	и) $0,28:0,2=$

3. Сократи дробь:		
а) $\frac{10}{25}=$	б) $\frac{34}{51}=$	в) $\frac{35 \cdot 8}{36 \cdot 21}=$

4. Вычисли:		
а) $2\frac{4}{7}+3\frac{1}{7}=$	д) $2\frac{1}{4}-\frac{7}{12}=$	и) $\frac{4}{9}:\frac{8}{21}=$
б) $8-2\frac{1}{8}=$	е) $\frac{2}{7} \cdot \frac{3}{5}=$	к) $\frac{0,42}{9,8}=$
в) $\frac{4}{11}+\frac{2}{5}=$	ж) $\frac{20}{7} \cdot \frac{21}{40}=$	л) $0,2-\frac{1}{9}=$
г) $\frac{7}{12}-\frac{2}{9}=$	з) $2\frac{4}{21} \cdot 7=$	м) $4,5:\frac{5}{9}=$

5. Определи и запиши координаты точек A, D и S:	Ответ
	A (___); D (___); S (___).

6. Реши задачу:	Решение	Ответ
а) Сколько рейсов потребуется сделать самосвалу грузоподъемностью $2\frac{3}{7}$ т для перевозки 34 т гравия?		

б) Сколько тонн гравия перевезет этот самосвал за 5 рейсов?		
---	--	--

7. Найди:	Решение	Ответ
а) $\frac{3}{7}$ от 42		
б) 20% от 180		
в) 7% от 700		
г) 180% от 90		

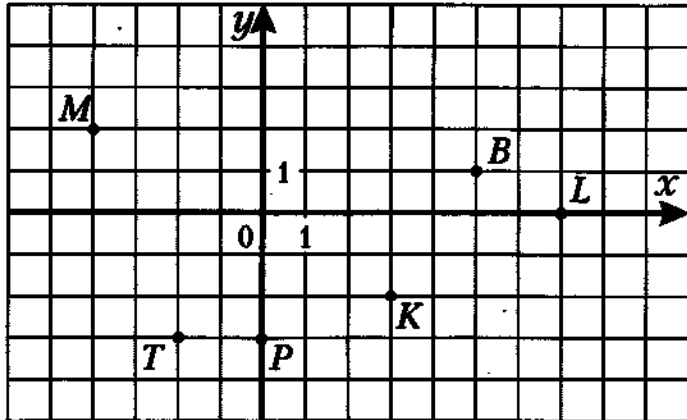
8. Найди число, если:	Решение	Ответ
а) $\frac{2}{3}$ этого числа равны 18		
б) 10% этого числа равны 7		
в) 3% этого числа равны 12		

9. Сколько процентов составляет:	Решение	Ответ
а) 8 от 40		
б) 20 от 8		
в) 30 кг от 1 т		

10. Упрости выражение:	
а) $3a + 7a =$	г) $8m - 3a + m - 2a =$
б) $5x - x =$	д) $6b - (2 + 3b) =$
в) $4k \cdot 25 =$	е) $-3(x + 5) + 6(x - 2) =$

11. Реши уравнение:	
а) $y - 12 = 32;$ _____ _____ Ответ: _____.	д) $ x = 6;$ _____ _____ Ответ: _____.
б) $14x = 2;$ _____ _____ _____ Ответ: _____.	е) $\frac{1}{6}x + 2\frac{1}{3} = \frac{5}{6};$ _____ _____ _____ Ответ: _____.

в) $15 : x = \frac{3}{5}$; _____ _____ _____ Ответ: _____.	ж) $y : 3\frac{1}{3} = 1\frac{1}{5} : \frac{1}{2}$; _____ _____ _____ Ответ: _____.
г) $3x - 16 = x - 24$; _____ _____ _____ Ответ: _____.	з) $(x - 2)(x + 3) = 0$. _____ _____ _____ Ответ: _____.

12. Определи и запиши координаты точек B, K, M, T, L, P и O :	Ответ
	$B(\quad ; \quad);$ $K(\quad ; \quad);$ $M(\quad ; \quad);$ $T(\quad ; \quad);$ $L(\quad ; \quad);$ $P(\quad ; \quad);$ $O(\quad ; \quad).$

13. Реши задачу:	Решение	Ответ
а) Вычисли площадь прямоугольного участка со сторонами 60 м и 25 м и вырази её в арах.		
б) Найди среднюю скорость велосипедиста, если он за 2,5 ч проехал 43,5 км.		

Проверь ответы (см. в конце пособия). Если сделал много ошибок – повтори попытку (реши вариант 2).

Вариант 2

1. Вычисли:

а) $7-15=$	г) $-4-(-6)=$	ж) $(-2)^3=$
б) $-7-4=$	д) $(-21):7=$	з) $ -36 =$
в) $8 \cdot (-9)=$	е) $-11 \cdot (-4)=$	и) $ -3 \cdot 6 =$

2. Вычисли:

а) $0,7+0,4=$	г) $2,4 \cdot 2=$	ж) $7:10=$
б) $1,3+0,37=$	д) $0,7 \cdot 100=$	з) $2,8:7=$
в) $11,8-0,91=$	е) $0,4 \cdot 1,3=$	и) $0,42:0,3=$

3. Сократи дробь:

а) $\frac{12}{18}=$	б) $\frac{38}{57}=$	в) $\frac{22 \cdot 10}{25 \cdot 33}=$
---------------------	---------------------	---------------------------------------

4. Вычисли:

а) $1\frac{2}{9}+3\frac{5}{9}=$	д) $3\frac{2}{5}-\frac{8}{15}=$	и) $\frac{5}{8}:\frac{15}{28}=$
б) $5-3\frac{2}{7}=$	е) $\frac{3}{8} \cdot \frac{5}{11}=$	к) $\frac{0,32}{4,8}=$
в) $\frac{3}{8}+\frac{5}{11}=$	ж) $\frac{14}{5} \cdot \frac{15}{28}=$	л) $0,8-\frac{1}{6}=$
г) $\frac{7}{15}-\frac{4}{9}=$	з) $5\frac{7}{24} \cdot 8=$	м) $1,4:\frac{2}{7}=$

5. Определи и запиши координаты точек E, K и N:

	Ответ
	E (); K (); N ().

6. Реши задачу:

	Решение	Ответ
а) Сколько бидонов вместимостью $8\frac{1}{6}$ л потребуется, чтобы разлить в них 98 л молока?		
б) Сколько литров молока вмещают 4 таких бидона?		

7. Найди:	Решение	Ответ
а) $\frac{5}{8}$ от 40		
б) 30% от 150		
в) 4% от 400		
г) 120% от 60		

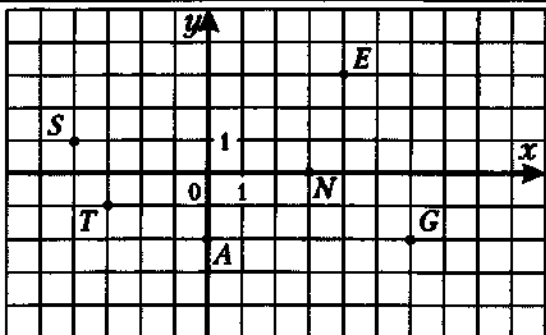
8. Найди число, если:	Решение	Ответ
а) $\frac{4}{9}$ этого числа равны 72		
б) 20% этого числа равны 3		
в) 6% этого числа равны 18		

9. Сколько процентов составляет:	Решение	Ответ
а) 9 от 36		
б) 15 от 6		
в) 70 м от 1 км		

10. Упрости выражение:	
а) $7c + 4c =$	г) $9k - 2p + k - 4p =$
б) $8y - y =$	д) $10n - (2 + 4n) =$
в) $125m \cdot 8 =$	е) $-2(x - 6) + 5(x + 3) =$

11. Реши уравнение:	
а) $x - 18 = 28;$ _____, _____. Ответ: _____.	д) $ y = 12;$ _____, _____. Ответ: _____.
б) $6y = 2;$ _____, _____. Ответ: _____.	е) $1\frac{2}{3} + \frac{1}{9}y = \frac{8}{9};$ _____, _____. Ответ: _____.

в) $x:18=\frac{2}{9}$; _____; _____; _____; Ответ: _____.	ж) $5\frac{5}{6}:x=\frac{1}{5}:1\frac{5}{7}$; _____; _____; _____; Ответ: _____.
г) $4y+22=y-12$; _____; _____; _____; Ответ: _____.	з) $(y+1)(y-4)=0$. _____; _____; _____; Ответ: _____.

12. Определи и запиши координаты точек A, E, G, N, O, S и T:	Ответ
	A (___; ___); E (___; ___); G (___; ___); N (___; ___); O (___; ___); S (___; ___); T (___; ___).

13. Реши задачу:	Решение	Ответ
а) Длины сторон прямоугольника равны 80 см и 75 см. Вычисли площадь прямоугольника и вырази ее в квадратных дециметрах.		
б) Сколько времени требуется катеру, чтобы со скоростью 16,5 км/ч проплыть 39,6 км?		

Проверь ответы.

I. Выражения, тождества, уравнения

1. Выражения

Числовые выражения составляются из чисел с помощью знаков действий и скобок.

Например, $75 : 1,5$; $38 - 4 \cdot 23$; $(4,6 + 2,2) \cdot \frac{3}{4}$ – числовые выражения.

Число, которое получается в результате выполнения действий в числовом выражении, называют значением выражения. Числовые значения приведенных выше выражений равны соответственно 50; – 54; 5,1.

Числовое выражение, в котором встречается деление на нуль, не имеет смысла.

Например, не имеют смысла выражения $6,3 : (3,6 - 3 \cdot 1,2)$; $\frac{5}{7,2 - 4 \cdot 1,8}$.

Напомним понятие модуля числа.

Модулем числа a называется расстояние от начала координат до точки $A(a)$.

Для положительного числа и нуля модуль равен самому числу, для отрицательного числа – противоположному числу. Противоположные числа имеют равные модули.

Например, $|3,8| = 3,8$; $|0| = 0$; $|\frac{2}{9}| = \frac{2}{9}$; $|1,5| = |-1,5| = 1,5$.

1. Запиши в виде выражения:	Ответ
а) сумму чисел 31 и 77	
б) произведение чисел (-3) и 15	
в) разность чисел 13 и 45	
г) частное 100 и суммы чисел 12 и 13	
д) модуль разности чисел 19 и 28	

2. Дано выражение	Запиши название выражения:
а) $38 - 15$	
б) $-21 : 7$	
в) $12 + 6 \cdot (-5)$	
г) $ -13 + 25 $	

3. Вычисли:	Решение, ответ
а) $3,873 + 36,5 =$	
б) $30,2 - 5,97 =$	
в) $77 - 8,703 =$	
г) $8,5 \cdot 1,44 =$	
д) $0,36 \cdot 2,5 =$	
е) $671,4 : 15 =$	
ж) $19,32 : 4,2 =$	

4. Выполни действие:	Решение, ответ
а) $\frac{3}{8} + \frac{1}{6} =$	

б) $\frac{5}{6} - \frac{5}{9} =$	
в) $\frac{1}{3} + 0,3 =$	
г) $4 - 2\frac{7}{11} =$	
д) $\frac{6}{25} \cdot \frac{5}{12} =$	
е) $1,5 \cdot \frac{4}{9} =$	
ж) $\frac{6}{7} : \frac{14}{15} =$	
з) $3\frac{2}{9} : 1\frac{4}{9} =$	
и) $4\frac{3}{5} \cdot 15 =$	

5. Вычисли:	Решение, ответ
а) $5\frac{2}{7} - 9 =$	
б) $-3\frac{1}{4} + 7\frac{2}{5} =$	
в) $8,25 - 9\frac{1}{6} =$	
г) $\frac{5}{14} : \left(-\frac{7}{15}\right) =$	
д) $\left(-\frac{9}{11}\right) \cdot (-22) =$	
е) $4\frac{1}{9} \cdot 3 =$	
ж) $\frac{5}{6} \cdot (-42) =$	
з) $-18 : \left(-\frac{9}{11}\right) =$	
и) $-4\frac{1}{3} \cdot (-2,4) =$	
к) $ -6,1 =$	
л) $\left -25 : \frac{1}{5}\right =$	

6. Найди значение выражения:	Решение, ответ
а) $-2\frac{3}{4} + 1\frac{1}{4} \cdot 0,4 =$	
б) $\frac{5}{6} : \left(-1\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right) =$	
в) $\frac{5}{3\frac{4}{7} - 10} =$	
г) $-3\frac{1}{6} - 2\frac{5}{8} : 2,25 =$	

7. Составь выражение по условию задачи:	Выражение
Мама купила на юбку 0,8 м шерстяной ткани по 240 рублей за метр и 0,6 м подкладочной ткани по 80 рублей за метр. Сколько рублей она заплатила за покупку?	

8. Составь выражение по условию задачи реши её:	Выражение	Ответ
Скорость моторной лодки в стоячей воде (собственная скорость) 10 км/ч, а скорость течения реки 2 км/ч. Найди:		
а) скорость лодки по течению и против течения реки;		
б) путь лодки по течению реки за 3 ч;		
в) путь лодки против течения реки за 2 ч;		
г) на сколько километров в час скорость лодки по течению больше её скорости против течения?		
д) время, которое потратит лодка на путь от одного причала до другого и обратно, если расстояние между двумя причалами 36 км.		

9. Реши задачу:	Решение	Ответ
а) Туристы 3 ч ехали на автобусе со скоростью 65 км/ч и 5 ч шли со скоростью 4,5 км/ч. Какой путь проделали туристы?		
б) Длина прямоугольника равна 8 см, а ширина – 6 см. Как изменится периметр прямоугольника, если его длину увеличить на 3 см, а ширину уменьшить в 2 раза?		

10. Имеет ли смысл выражение:	Ответ поясните
а) $(5,8:2-2,9):71$	
б) $\frac{15}{40 \cdot 2 - 16 \cdot 5}$	
в) $\frac{6}{8,1 + -9 \cdot 0,9 }$	
г) $4 \cdot (75:3-25)$	

11. Приведи пример выражения, не имеющего смысла:	
а)	в)
б)	г)

Процентом от числа называется сотая часть этого числа. Например, 1,3 – это 1% числа 130, так как $0,01 \cdot 130 = 1,3$.

Чтобы найти $a\%$ числа b , нужно b умножить на $0,01a$. Например, 13% числа 40 составляет число 5,2, так как $0,13 \cdot 40 = 5,2$.

Чтобы узнать, сколько процентов числа b составляет число a , нужно число a разделить на число b и результат умножить на 100%. Например, 50 составляет 125% числа 40, так как $\frac{50}{40} \cdot 100\% = 125\%$.

Задача. При плановом задании 60 автомобилей в день завод выпустил 66 автомобилей. На сколько процентов завод выполнил план?

Решение. $\frac{66}{60} = 1,1$ – такую часть составляют изготовленные автомобили от планового количества автомобилей. Запишем это число в процентах $1,1 = 110\%$.

Ответ: 110%.

12. Найди:	Решение	Ответ
а) 1% числа 320		
б) 30% числа 25		
в) 140% числа 12		
г) 6,5% числа 240		

13. Найди:	Решение	Ответ
а) число, если 5% этого числа равны 3		
б) сколько процентов числа 25 составляет число 15		

14. Составь выражение по условию задачи реши её:	Выражение	Ответ
а) Токарь вытачивал за час 40 деталей. Применяв резец из более прочной стали, он стал вытачивать на 10 деталей в час больше. На сколько процентов повысилась производительность труда токаря?		
б) Железнодорожный билет для взрослого стоит 780 руб. Стоимость билета школьника составляет 50% от стоимости билета для взрослого. Группа состоит из 23 школьников и 4 взрослых. Сколько стоят билеты на всю группу?		
в) Бронза является сплавом олова и меди. Сколько процентов сплава составляет медь в куске бронзы, состоящем из 6 кг олова и 34 кг меди?		

Если автомобиль движется со скоростью 60 км/ч, то за t ч он пройдёт $60t$ км.
Площадь прямоугольника со сторонами x см и y см равна xy см².
Выражения $60t$ и xy – **выражения с переменными**.
Если в выражении с переменными подставить вместо каждой переменной какое-либо её значение, то получится числовое выражение. Его значение называют **значением выражения с переменными** при заданных значениях переменных.
Например, число 35 есть значение выражения xy при $x = 5$ и $y = 7$, число 121 есть значение этого выражения при $x = y = 11$.

15. Запиши в виде выражения:	Ответ
а) сумма чисел m и n	
б) куб числа x	
в) разность числа a и квадрата числа b	
г) произведение числа p и разности чисел q и r	

16. Заполни таблицу, вычислив значения выражений $5a - 8$ и $-2a + 11$ для указанных значений переменной a :					
a	- 4	- 1	0	3	5
$5a - 8$					
$-2a + 11$					

17. Заполни таблицу, вычислив значения выражения $x - 3y$ для указанных значений переменных x и y :					
x	6	- 3	0	1	10
y	- 2	5	- 4	- 3	5
$x - 3y$					

18. Составь выражение по условию задачи:	Выражение
а) Купили 5 тетрадей по a рублей и 3 блокнота по b рублей. Сколько рублей заплатили за покупку?	
б) В кинотеатре n рядов по m мест в каждом ряду. На просмотре кинофильма было заполнено 60% зрительного зала. Сколько зрителей пришло на просмотр?	

Некоторые выражения имеют смысл при всех значениях переменной, например, такие, как $ax+2$, $t(t-1)$, $\frac{p^3-10}{12}$.

Выражение $\frac{5a}{a-5}$ имеет смысл при всех значениях переменной a , кроме $a=5$.

19. При каких значениях переменной имеет смысл выражение?	Ответ
а) $3x+8$	
б) $\frac{5}{a-1}$	
в) $\frac{k+7}{15}$	
г) $\frac{11}{p^2+1}$	
д) $\frac{6-t}{ t }$	

Выражения с переменными используются для записи **формул**.

Например, $s=60t$ – формула пути движения автомобиля со скоростью 60 км/ч, $S=ab$ – формула площади прямоугольника со сторонами, равными a см и b см.

Формула четного числа $m=2n$, нечетного – $m=2n+1$, где n – любое целое число.

Формула числа, кратного 5: $m=5n$, где n – любое целое число.

20. Составь формулу:	
а) периметра P прямоугольника со сторонами a см и b см	$P=$
б) объема V прямоугольного параллелепипеда с измерениями a м, b м и c м	$V=$
в) числа, кратного 12	$m=$
г)* числа, при делении на 4, дающего остаток 1	$m=$

Часто на практике приходится решать задачи на смеси, сплавы и растворы разных веществ. Появляется новое понятие – концентрация смеси, сплава, раствора.

Концентрацией вещества c в смеси (сплаве, растворе) называется отношение количества (массы, объёма) этого вещества к количеству (массе, объёму) всей смеси:

$$c = \frac{m}{M}, \text{ где } m - \text{масса (объём) данного вещества, } M - \text{масса (объём) всей смеси.}$$

Процентным содержанием вещества в смеси называется произведение его концентрации на 100%: $p = c \cdot 100\%$.

Так, например, если в 100 кг молока содержится 6 кг жира, то концентрация жира в данном молоке равна $\frac{6}{100} = 0,06$ или 6%. Про такое молоко говорят, что оно 6%-й жирности.

Задача. В бидон налили 3 л молока 1%-й жирности и 7 л молока 6%-й жирности. Какова жирность полученного молока (в процентах)?

Решение. В 3 л молока 1%-й жирности $3 \cdot 0,01 = 0,03$ л жира, в 7 л молока 6%-й жирности $7 \cdot 0,06 = 0,42$ л жира. Тогда в 10 л полученного молока в бидоне $0,03 + 0,42 = 0,45$ л жира, а, значит, процентное содержание жира $p = \frac{0,45}{10} \cdot 100\% = 0,045 \cdot 100\% = 4,5\%$.

Ответ: 4,5%.

21. Составь выражение по условию задачи и реши её:	Выражение	Ответ
а) Сколько килограммов соли содержится в 10 кг солёной воды, если процентное содержание соли в этой воде 15%.		
б) Сплав содержит 10 кг олова и 15 кг цинка. Каково процентное содержание олова и цинка в сплаве?		
в) В сосуд, содержащий 5 литров 12%-го водного раствора некоторого вещества, добавили 7 литров воды. Каково процентное содержание этого вещества в получившемся растворе?		

Результат сравнения значений выражений можно записать в виде равенства или неравенства. Неравенства, составленные с помощью знаков $<$ и $>$, называются **строгими неравенствами**, а неравенства, составленные с помощью знаков $\leq$ и $\geq$, называют **нестрогими**.

Например, число дней в месяце бывает от 28 до 31. С помощью двойного неравенства это можно записать $28 \leq n \leq 31$. Читают: « n больше или равно 28, но меньше или равно 31».

22. Сравни числа (запиши между числами знак $<$, $>$ или $=$):

а) 0,588 $\square$ 0,5881	г) 0,62 $\square$ 0,6200	ж) 42,1 $\square$ - 42,1
б) 32,63 $\square$ 32,6	д) 0,0001 $\square$ 0	з) - 18,603 $\square$ - 18,63
в) 4,248 $\square$ 4,238	е) - 3,95 $\square$ 0	и) - 538,1 $\square$ - 538,2

23. Не производя вычислений, сравни значения выражений (запиши между ними знак $<$, $>$ или $=$):	Ответ поясни
а) $-56+241 \square 240-56$	
б) $38 \cdot 604 \square 605 \cdot 38$	
в) $-29 \cdot 150 \square 151 \cdot (-29)$	
г) $61 \cdot 325 \square 326 \cdot 62$	
д) $-91 \cdot 430 \square 430 \cdot -91 $	
е) $\frac{1}{2} \cdot 205 \square 205 \cdot \frac{1}{3}$	

24. Верно ли неравенство $4a+3 > 5a$ при:	Решение	Ответ
а) $a = 2,1$		
б) $a = 3$		
в) $a = 6,2$		
г) $a = -0,5$		

25. Запиши в виде неравенства:	Ответ
а) y меньше 3	
б) x больше или равно -4	
в) n больше 7 и меньше 11	
г) p больше или равно -2 и меньше или равно 30,5	
д) t – положительное число	
е) k – неотрицательное число	

2. Преобразование выражений

Основные свойства сложения и умножения чисел:

1) **Переместительное свойство:** для любых чисел a и b верны равенства $a+b=b+a$, $ab=ba$.

2) **Сочетательное свойство:** для любых чисел a , b и c верны равенства $(a+b)+c=a+(b+c)$, $(ab)c=a(bc)$.

3) **Распределительное свойство:** для любых чисел a , b и c верно равенство $a(b+c)=ab+ac$.

Например, можно так вычислить сумму:

$$3,76+11,4+6,24=(3,76+6,24)+11,4=10+11,4=21,4;$$

или произведение:

$$4\frac{2}{3} \cdot 6 = 4 \cdot 6 + \frac{2}{3} \cdot 6 = 24 + 4 = 28.$$

26. Вычисли рациональным способом:	Решение
а) $2\frac{3}{8} + 5,1 + 5\frac{5}{8} =$	
б) $4 \cdot 7,2 \cdot 2,5 =$	
в) $5,87 \cdot \frac{4}{7} + \frac{4}{7} \cdot 8,13 =$	
г) $\frac{3}{13} \cdot \left(26 - 3\frac{1}{4}\right) =$	
д) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{7} \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 =$	

Два выражения, соответственные значения которых равны при любых значениях переменных, называются **тождественно равными**.

Равенство, верное при любых значениях переменных, называется **тождеством**.

Например, основные свойства действий над числами

$a + b = b + a$, $ab + ba$, $a(b + c) = ab + ac$ и другие являются тождествами.

Ещё примеры тождеств: $a + 0 = a$, $a \cdot 0 = 0$, $a + (-a) = 0$ и другие.

Замену одного выражения другим, тождественно равным ему выражением, называется **тождественным преобразованием** или просто **преобразованием** выражения. Например, приведение подобных слагаемых, раскрытие скобок являются тождественными преобразованиями выражений.

27. Среди выражений найди те, которые тождественно равны выражению $5p - 5q$:	Решение, ответ
а) $-5(q - p)$	
б) $5(q - p)$	
в) $-(5q + 5p)$	
г) $-5q + 5p$	

28. Приведи подобные слагаемые:	Решение, ответ
а) $6x + 38x - x =$	
б) $5a - 18 - 12a + 34 =$	
в) $1,4c - 7,2b - 3,8b + 2,6c =$	

29. Раскрой скобки и приведи подобные слагаемые:	Решение, ответ
а) $a + (b + c - d - p) =$	
б) $a - (b + c - d - p) =$	
в) $2m - (n + m) + (m - n) =$	
г) $2,5p - (6 + 8p) =$	

30. Упрости выражение:	Решение, ответ
а) $4(5-3x)+9x-7=$	
б) $7(2t+5)-23t-11=$	
в) $-3(0,7p+1,4)+4,8-7,1p=$	
г) $5(6,1-4,2a)+6,3a-4,7=$	

31. Упрости выражение	и найди его значение:
а) $0,3(b-8)+b+4=$	при $b=5$
б) $2(3x-y)+5(2y-x)=$	при $x=-4, y=\frac{1}{8}$

32. Составь выражение по условию задачи и упрости его:	Решение, ответ
а) Карандаш стоит x р., а ручка на 4 р. дороже. Купили 5 карандашей и 8 ручек. Сколько рублей заплатили за покупку?	
б) Мастер, изготавливая 20 деталей в час, отработал смену в t часов. Ученик за смену выполнил 80% работы мастера. Сколько деталей изготовили за смену мастер и ученик?	
в) В понедельник акции компании подорожали на 10%, а во вторник подешевели на 10%. Как изменилась цена 1 акции компании во вторник, если до всех изменений 1 акция стоила a р.?	
г) В 200 г раствора кислоты содержится x г чистой кислоты. Каким стало процентное содержание кислоты после добавления в этот раствор 50 г воды?	

Вариант 1

Часть 1

1. Расположи в порядке возрастания значений выражений: $\frac{3}{5} \cdot 25$; $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$; $\frac{35-5 \cdot 7}{4}$; $0,4 - 0,6$

1) $\frac{3}{5} \cdot 25$; $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$; $\frac{35-5 \cdot 7}{4}$; $0,4 - 0,6$

3) $0,4 - 0,6$; $\frac{35-5 \cdot 7}{4}$; $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$; $\frac{3}{5} \cdot 25$

2) $0,4 - 0,6$; $\frac{35-5 \cdot 7}{4}$; $\frac{3}{5} \cdot 25$; $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$

4) $0,4 - 0,6$; $\frac{3}{5} \cdot 25$; $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$; $\frac{35-5 \cdot 7}{4}$

2. Найди 7% числа 140:

1) 20 2) 9,8 3) 98 4) 0,98

3. Упрости выражение $4 - 2(5 - 6a)$:

1) $-12a - 14$ 2) $-12a + 14$ 3) $-12a - 6$ 4) $12a - 6$

4. Сравни значения выражений $A = 5x - 3y$ и $B = 3x - 5y$ при $x = -2$; $y = -1$:

1) $A < B$ 2) $A = B$ 3) $A > B$ 4) другой ответ

5. При каком значении переменной a не имеет смысла выражение $\frac{5-a}{5+a}$?

Ответ: _____.

6. Найди значение выражения $\frac{\frac{1}{15} : 0,5 - 0,4}{0,8 \cdot 2,5}$.

Ответ: _____.

7. Сколько процентов числа 25 составляет число 11?

Ответ: _____.

Часть 2

8. Вычисли рациональным способом значение выражения $\frac{3}{4} \cdot 6,28 + 1,72 \cdot \frac{3}{4}$.

9. Упрости выражение $1,2\left(x + \frac{2}{3}\right) - 2x - 1,7$ и найди его значение при $x = \frac{1}{4}$.

10. Составь выражение по условию задачи:

«Мама купила n метров ткани на юбку и в 1,5 раза больше ткани на блузку. Сколько рублей стоила покупка, если цена ткани за 1 м 240 рублей?»

Реши задачу при $n = 0,8$.

Запиши ответы в таблицу:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Проверь ответы (см. в конце пособия). Если сделал много ошибок – повтори попытку (реши вариант 2).

Часть 1

1. Расположи в порядке возрастания значений выражений: $\frac{1}{4} - \frac{1}{5}; \frac{4}{9} \cdot 18; 0,2 - 0,3; \frac{4 \cdot 6 - 24}{7}$

1) $\frac{1}{4} - \frac{1}{5}; \frac{4}{9} \cdot 18; 0,2 - 0,3; \frac{4 \cdot 6 - 24}{7}$

3) $0,2 - 0,3; \frac{4}{9} \cdot 18; \frac{4 \cdot 6 - 24}{7}; \frac{1}{4} - \frac{1}{5}$

2) $0,2 - 0,3; \frac{1}{4} - \frac{1}{5}; \frac{4}{9} \cdot 18; \frac{4 \cdot 6 - 24}{7}$

4) $0,2 - 0,3; \frac{4 \cdot 6 - 24}{7}; \frac{1}{4} - \frac{1}{5}; \frac{4}{9} \cdot 18$

2. Найди 6% числа 240:

1) 40 2) 144 3) 14,4 4) 1,44

3. Упрости выражение $7 - 3(4 - 8c)$:

1) $16 - 32c$ 2) $-5 - 24c$ 3) $-5 + 24c$ 4) $19 - 24c$

4. Сравни значения выражений $X = 2a - 3b$ и $Y = 3b - 2a$ при $a = -4; b = -5$:

1) $X < Y$ 2) $X = Y$ 3) $X > Y$ 4) другой ответ

5. При каком значении переменной p не имеет смысла выражение $\frac{3p}{p+3}$?
 Ответ: _____.

6. Найди значение выражения $\frac{\frac{5}{12} : 1,5 - 0,5}{1,6 \cdot 0,25}$.
 Ответ: _____.

7. Сколько процентов числа 125 составляет число 24?

Ответ: _____.

Часть 2

8. Вычисли рациональным способом значение выражения $\frac{5}{6} \cdot 9,57 + 2,43 \cdot \frac{5}{6}$.

9. Упрости выражение $2,1\left(x + \frac{4}{7}\right) - 3x - 1,8$ и найди его значение при $x = \frac{1}{3}$.

10. Составь выражение по условию задачи:

«Маша купила m пирожков по 12 р. за штуку и в 1,5 раза больше булок по 9 р. за штуку. Сколько рублей сдачи получила Маша с 200 рублей?»

Реши задачу при $m = 6$.

Запиши ответы в таблицу:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Проверь ответы (см. в конце пособия).

3. Уравнения с одной переменной

Уравнением с одной переменной (уравнением с одной неизвестной) называют равенство, содержащее одну переменную. Например, чтобы найти сторону квадрата, периметр которого равен 24, нужно решить уравнение $4x = 24$.

Корнем уравнения называют значение переменной, при котором уравнение превращается в верное равенство. Корнем уравнения $4x = 24$ является $x = 6$, так как $4 \cdot 6 = 24$ верное равенство.

Решить уравнение – значит найти все его корни или доказать, что корней нет. Например, уравнение $4x = 24$ имеет единственный корень $x = 6$, уравнение $(x+5)(x-1) = 0$ имеет два корня $x = -5$ и $x = 1$, а уравнение $x^2 = -25$ не имеет корней, так как не существует числа, квадрат которого равен отрицательному числу.

Корнем уравнения $5(x-2) = 5x - 10$ является любое число, так как равенство $5(x-2) = 5x - 10$ является тождеством, то есть верно при любом значении переменной x .

Уравнение $|x| = 4,5$ имеет два корня 4,5 и $-4,5$, так как $|4,5| = 4,5$ и $|-4,5| = 4,5$.

Уравнение $|x| = 0$ имеет один корень 0, так как $|0| = 0$.

Уравнение $|x| = -3$ не имеет корней, так как модуль числа не может быть отрицательным числом.

33. Является ли число корнем уравнения?

Число	Уравнение	Проверка	Ответ
а) 4	$(x+2)(x-2) = 12$		
б) 8	$x(x+8) = 0$		
в) $-0,6$	$3(4x+1) = 2x-3$		
г) $-3,5$	$5 x = 17,5$		

34. Является ли число корнем уравнения $x(x-3) = 20$?

Число	Проверка	Ответ
а) 2		
б) -2		
в) 5		
г) -5		

Уравнения, имеющие одни и те же корни, называют **равносильными уравнениями**. Уравнения, не имеющие корней, также считаются **равносильными**.

При решении уравнений используются следующие свойства:

1) если в уравнении *перенести слагаемое* из одной части в другую, изменив знак, то получится уравнение, **равносильное** данному;

2) если обе части уравнения *умножить или разделить* на одно и то же, отличное от нуля число, то получится уравнение, **равносильное** данному.

Например, **равносильными** являются уравнения $3x+1=13-x$ и $3x+x=12$, **равносильны** также уравнения $x^2 = -25$ и $3+x = x-5$, так как последние уравнения оба не имеют корней.

35. Имеет ли корни уравнение?

	Ответ поясни
а) $5x+8=5x-1$	
б) $3(x-4)=3x-12$	
в) $7x=-3x$	
г) $6(x+2)=5x+12$	

36. Составь какое-либо уравнение, корнем которого является число:

а) -2

б) $\frac{1}{7}$

37. Имеет ли корни уравнение, и если имеет, то сколько?	Решение, ответ
а) $ x = 3$	
б) $ x = 0$	
в) $ x = -8,8$	
г) $x^2 + 15 = 0$	

Уравнение вида $ax = b$, где x – переменная, а и b – некоторые числа, называется линейным уравнением с одной переменной.

Линейное уравнение $ax = b$:

при $a \neq 0$	имеет один корень
при $a = 0$ и $b \neq 0$	не имеет корней
при $a = 0$ и $b = 0$	имеет бесконечно много корней (любое число является его корнем)

Решение многих уравнений сводится к решению уравнения вида $ax = b$.

Решим уравнения:

$3(x+9) = 5-x,$ $3x+27 = 5-x,$ $3x+x = 5-27,$ $4x = -22,$ $x = -5,5.$ Ответ: $-5,5.$	$4(x+1) = 4x+3,$ $4x+4 = 4x+3,$ $0x = -1.$ Ответ: корней нет.	$2(x-3)+x = 3(x-2),$ $2x-6+x = 3x-6,$ $3x-6 = 3x-6,$ $0x = 0.$ Ответ: любое число.
$ 2x = 6,$ $2x = 6,$ или $2x = -6,$ $x = 3$ или $x = -3.$ Ответ: $-3; 3.$	$ x+5 = 2,$ $x+5 = 2,$ или $x+5 = -2,$ $x = -3$ или $x = -7.$ Ответ: $-7; -3.$	$ 4x-1 = 9,$ $4x-1 = 9,$ или $4x-1 = -9,$ $4x = 10,$ или $4x = -8,$ $x = 2,5$ или $x = -2.$ Ответ: $-2; 2,5.$

38. Найди корень уравнения:

а) $y - 12 = 32$;

Ответ: _____.

е) $|x - 3| = 5$;

Ответ: _____.

б) $14x = 2$;

Ответ: _____.

ж) $|2x + 1| = 3$;

Ответ: _____.

в) $15 : x = \frac{3}{5}$;

Ответ: _____.

з) $\frac{1}{6}x + 2\frac{1}{3} = \frac{5}{6}$;

Ответ: _____.

г) $3x - 16 = x - 24$;

Ответ: _____.

и) $y : 3\frac{1}{3} = 1\frac{1}{5} : \frac{1}{2}$.

Ответ: _____.

д) $|5x| = 2$;

Ответ: _____.

к) $(x - 2)(x + 3) = 0$;

Ответ: _____.

39. Реши уравнение:

а) $(x + 5) - (x - 8) = 2x$,

Ответ: _____.

г) $1,5(2p - 6) - 1,2(p + 5) = 0,1(8 - 2p)$,

Ответ: _____.

б) $(2a+8)-3(a-1)=-a+5$, Ответ: _____.	д) $-3(x+4,5)+5(2,2x-3)=5(0,6x-3,6)$, Ответ: _____.
в) $6(c-2)-4(c+5)=-2(16-c)$, Ответ: _____.	е) $\frac{1}{2}(6y+4)-\frac{2}{5}(5y-10)=2(y+1,2)$, Ответ: _____.

40. При каком значении переменной:	Составь уравнение и реши его:
а) значения выражений $6k+8$ и $3k-13$ равны?	Ответ: _____.
б) значение выражения $6t+9$ на 3 больше значения выражения $15+4t$?	Ответ: _____.
в) значение y в 5 раз меньше значения выражения $8(y+3)$?	Ответ: _____.

При решении задач с помощью уравнений поступают следующим образом:

- 1) обозначают некоторое неизвестное число буквой и, используя условие задачи, составляют уравнение;
- 2) решают это уравнение;
- 3) истолковывают полученный результат в соответствии с условием задачи.

Задача. Двум братьям вместе 27 лет. Один старше другого на 3 года. Сколько лет каждому брату?

Решение. 1) Пусть младшему брату x лет. Тогда старшему – $(x + 3)$ года. По условию задачи вместе братьям 27 лет, поэтому можно составить уравнение: $x + (x + 3) = 27$.

2) Решим это уравнение:

$$2x + 3 = 27,$$

$$2x = 24,$$

$$x = 12.$$

3) Значит, младшему брату 12 лет. Тогда старшему – $12 + 3 = 15$ (лет).

Ответ: 12 лет, 15 лет.

41. Реши задачу: Сыну 13 лет, а его отцу 47 лет. Через сколько лет отец будет в 3 раза старше сына?

1) Введи переменную, вырази через неё остальные неизвестные, составь уравнение

2) реши уравнение

3) запиши ответ

42. Реши задачу: В трёх седьмых классах школы 90 учеников. В 7 «А» на 10% больше, чем в 7 «Б», а в 7 «В» – на 6 учеников меньше, чем в 7 «А». Сколько учеников в каждом классе?

1) Введи переменную, вырази через неё остальные неизвестные, составь уравнение

2) реши уравнение

3) запиши ответ

43. Реши задачу: В первой бочке было в 2 раза больше бензина, чем во второй. Когда из первой бочки отлили 50 л бензина, а во вторую добавили 70 л, то в обеих бочках стало бензина поровну. Сколько литров бензина было в каждой бочке первоначально?

1) Введи переменную, вырази через неё остальные неизвестные, составь уравнение	2) реши уравнение	3) запиши ответ

44. Реши задачу: Масса трёх деталей 105 кг. Масса второй детали составляет 90% массы первой детали, а масса третьей детали составляет $\frac{2}{9}$ массы второй детали. Найди массу каждой детали.

1) Введи переменную, вырази через неё остальные неизвестные, составь уравнение	2) реши уравнение	3) запиши ответ

Иногда полезно составить таблицу с неизвестной в задаче величиной, и внести в эту таблицу необходимые данные задачи, а также выраженные через эту неизвестную другие величины. Особенно это удобно делать при решении задач на движение.

Задача. Мотоциклист проехал расстояние между двумя пунктами А и В за 3 часа. Обрато он возвращался другой дорогой, которая короче первой на 7,5 км. Увеличив скорость движения на 3 км/ч, он затратил на обратный путь 2 ч 30 мин. Найди скорость движения мотоциклиста на обратном пути.

Решение. Внесём необходимые данные задачи в таблицу, обозначив за x км/ч скорость на пути от А до В.

Движение	Скорость (км/ч)	Время (ч)	Расстояние (км)
От А до В	x	3	$3x$
От В до А	$x + 3$	2,5	$2,5(x + 3)$

По условию задачи на обратном пути мотоциклист проехал расстояние на 7,5 км меньше, поэтому можно составить уравнение:

$$3x - 2,5(x + 3) = 7,5,$$

$$3x - 2,5x - 7,5 = 7,5,$$

$$0,5x = 15,$$

$$x = 30.$$

Первоначальная скорость мотоциклиста – 30 км/ч, значит, на обратном пути скорость была $30 + 3 = 33$ (км/ч).

Ответ: 33 км/ч.

45. Реши задачу: Между городами А и В проходят шоссе и грунтовая дорога, которая длиннее шоссе на 20 км. Автобус проезжает расстояние от А до В по шоссе за 5 ч, а по грунтовой дороге за 8 ч. Скорость движения автобуса по грунтовой дороге на 11 км/ч меньше скорости автобуса по шоссе. Найдите длину шоссе между городами А и В.

1) Внеси необходимые данные задачи в таблицу, введя предварительно неизвестную:

Движение	Скорость (км/ч)	Время (ч)	Расстояние (км)
От А до В			
От В до А			
По условию задачи			

2) Составь и реши уравнение:

3) Запиши ответ:

46. Реши задачу: Из города А вышел автобус, скорость которого 40 км/ч. Спустя 45 мин из города В навстречу автобусу вышла легковая машина, скорость которой равна 72 км/ч. Расстояние между городами А и В равно 310 км. Через сколько часов автобус и легковая машина встретятся?

1) Внеси необходимые данные задачи в таблицу, введя предварительно неизвестную:

Движение	Скорость (км/ч)	Время (ч)	Расстояние (км)
Автобус			
Легковая машина			
По условию задачи			

2) Составь и реши уравнение:

3) Запиши ответ:

47. Реши задачу: Расстояние между пристанями теплоход проходит по течению реки за 4 ч, а против течения – за 5 ч. Найди расстояние между пристанями, если скорость течения реки равна 3 км/ч.

1) Внеси необходимые данные задачи в таблицу, введя предварительно неизвестную:

Пусть x

Движение	Скорость (км/ч)	Время (ч)	Расстояние (км)
По течению реки			
Против течения реки			
По условию задачи			

2) Составь и реши уравнение:

3) Запиши ответ:

48. Реши задачу: Чтобы выполнить задание в срок, токарь должен был ежедневно изготавливать по 18 деталей. Токарь ежедневно изготавливал на 2 детали больше, чем предполагал, и поэтому выполнил задание не 3 дня раньше срока. За сколько дней должен был токарь выполнить задание?

1) Внеси необходимые данные задачи в таблицу, введя предварительно неизвестную:

Работа	Производительность (деталей/день)	Время (дней)	Работа (деталей)
По плану			
Фактически			
По условию задачи			

2) Составь и реши уравнение:

3) Запиши ответ:

Решим задачу на концентрацию:

Морская вода содержит 5% соли. Сколько килограммов пресной воды надо добавить к 40 кг морской, чтобы содержание соли в смеси стало 2%?

1) Внесём необходимые данные задачи в таблицу, введя предварительно неизвестную:

	Всего смеси (кг)	Концентрация	Соли в смеси (кг)
Было	40	0,05	$0,05 \cdot 40 = 2$
Добавили пресной воды	x	–	–
Стало	$40 + x$	0,02	$0,02(40 + x)$

По условию задачи количество соли в морской воде и смеси одно и то же, поэтому можно составить уравнение:

2) Составим и решим уравнение:	3) Запишем ответ:
$0,02(40 + x) = 2,$ $40 + x = 100,$ Значит, надо добавить 60 кг пресной воды. $x = 60.$	Ответ: 60 кг.

49. Реши задачу на концентрацию:

В одном сплаве содержится 40%, а в другом 20% серебра. Сколько килограммов второго сплава нужно добавить к 20 кг первого, чтобы после сплавления вместе получить сплав, содержащий 36% серебра?

1) Внеси необходимые данные задачи в таблицу, введя предварительно неизвестную:

	Всего сплава (кг)	Концентрация	Серебра в сплаве (кг)
1-й сплав			
2-й сплав			
Новый сплав			
По условию задачи			

2) Составь и реши уравнение:	3) Запиши ответ:

50. Реши задачу на концентрацию:

К 15 л 10%-ного раствора соли добавили 5%-ный раствор соли и получили 8%-ный раствор. Какое количество литров 5%-ного раствора добавили?

1) Внеси необходимые данные задачи в таблицу, введя предварительно неизвестную:

	Всего раствора (кг)	Концентрация	Соли в растворе (кг)
1-й раствор			
2-й раствор			
Новый раствор			
По условию задачи			

2) Составь и реши уравнение:	3) Запиши ответ:

51. Реши задачу на концентрацию:

Сколько надо взять 5 %-го и 25 %-го раствора кислоты, чтобы получить 4 л 10 %-го раствора кислоты?

1) Внеси необходимые данные задачи в таблицу, введя предварительно неизвестную:

	Всего раствора (кг)	Концентрация	Соли в растворе (кг)
1-й раствор			
2-й раствор			
Новый раствор			
По условию задачи			

2) Составь и реши уравнение:	3) Запиши ответ:

4. Статистические характеристики

Статистика (от латинского слова «status», означает «состояние, положение вещей») – наука, которая занимается получением, обработкой и анализом количественных данных о разнообразных массовых явлениях, происходящих в природе и обществе.

Статистика изучает:

- численность населения отдельных групп страны и её регионов;
- производство и потребление разнообразных видов продукции;
- перевозку грузов и пассажиров различными видами транспорта;
- природные ресурсы и тому подобное.

Результаты статистических исследований широко используются для практических и научных выводов.

В статистике широко применяют такие характеристики, как среднее арифметическое, мода, размах, медиана.

Средним арифметическим ряда чисел называется частное от деления суммы этих чисел на число слагаемых. Например, средним арифметическим ряда оценок: 5; 5; 4; 3; 4; 4; 4; 4; 3; 5, полученных семиклассником за I четверть по алгебре, будет число

$$\frac{5+5+4+3+4+4+4+4+3+5}{10} = \frac{41}{10} = 4,1.$$

Заметим, что сумма ряда чисел равна произведению среднего арифметического ряда на число членов этого ряда (в нашем примере: $4,1 \cdot 10 = 41$), и этот факт часто используется при решении задач.

Задача. Среднее арифметическое набора из девяти чисел равно 15. К нему добавили число 10. Как изменится среднее арифметическое нового набора?

Решение. Сумма девяти чисел первого набора $15 \cdot 9 = 135$. Тогда сумма десяти чисел второго набора $135 + 10 = 145$, а, значит, среднее арифметическое второго набора $145 : 10 = 14,5$.

Ответ: среднее арифметическое нового набора уменьшится и станет 14,5.

Размахом ряда чисел называется разность между наибольшим и наименьшим из этих чисел. Например, для ряда оценок: 5; 5; 4; 3; 4; 4; 4; 4; 3; 5, полученных семиклассником за I четверть по алгебре, размахом будет число: $5 - 3 = 2$.

52. Найди среднее арифметическое и размах ряда чисел:	Среднее арифметическое	Размах
а) 58, 60, 49, 35, 51, 42, 65, 40		
б) 7, 2, 1, 5, 4, 9, 6, 5, 4		
в) 28, 3, 30, 31, 2, 33, 28, 30, 7		

53. Реши задачу:	Решение	Ответ
Среднее арифметическое набора из пяти чисел равно 12. К нему добавили число 18. Изменится ли среднее арифметическое набора? Найди его.		

Модой ряда чисел называется число, которое встречается в данном ряду чаще других. В предыдущем примере модой будет число 4, так как оно чаще других встречается в данном ряду.

54. Найди среднее арифметическое, размах и моду ряда чисел:			
Ряд чисел	Среднее арифметическое	Размах	Мода
а) 43, 35, 37, 43, 42, 38, 45, 39, 36, 41			
б) -15, -13, -14, -21, -13, -19, -12, -17			
в) 0,3, 0,6, 0,2, 0,7, 0,9, 0,5, 0,3, 0,5			
г) -3, -2, 0, -5, 0, -5, 6, 9, -2, 5			

55. В ряду чисел 15, 4, 11, __, 27, 9, 17, 19 пропущено одно число. Найди его, если:	Решение
а) среднее арифметическое ряда равно 15;	
б) размах ряда равен 30;	
в) мода ряда равна 17.	

56. Реши задачу:	Решение	Ответ
а) В ряде чисел 12, __, __, 7, 15, 20 пропущены два числа, одно из которых вдвое больше другого. Найди эти числа, если известно, что среднее арифметическое ряда равно 13.		

6) В ряде чисел: 8, 16, 26, <u> </u> , 48, <u> </u> , 46 стерли два числа. Найди эти числа, если известно, что одно из них больше другого на 20, а среднее арифметическое ряда равно 32.		
--	--	--

Медианой упорядоченного ряда чисел с нечётным числом членов называется число, записанное посередине, а медианой упорядоченного ряда с чётным числом членов называется среднее арифметическое двух чисел, записанных посередине.

Медианой произвольного ряда чисел называется медиана соответствующего упорядоченного ряда.

В примере с рядом оценок: 5; 5; 4; 3; 4; 4; 4; 4; 3; 5, полученных семикласником за I четверть по алгебре, соответствующим упорядоченным рядом будет: 3; 3; 4; 4; 4; 4; 4; 5; 5; 5, а, значит, медианой этого ряда будет число 4 (так как средние 5-й и 6-й члены этого ряда равны 4, их среднее арифметическое также равно 4).

57. Найди медиану ряда чисел:	Решение	Ответ
а) 21, 25, 19, 13, 25, 29, 21, 27, 30		
б) 112, 103, 91, 103, 108, 104, 95		
в) 88, 75, 91, 88, 85, 83, 80, 78, 74, 92		
г) 3,5, 5,6, 2,4, 3,3, 4,5, 2,6, 3,9, 3,1		

58. Сколько чисел в ряду, если:	Решение	Ответ
а) его медианой служит 15-ый член?		
б) его медианой служит среднее арифметическое семнадцатого и восемнадцатого членов?		

59. Отмечая время (с точностью до секунды), которое ученик тратил на выполнение одного задания теста по математике, получили такой ряд чисел: 38, 52, 49, 57, 52, 41, 62, 56, 40, 59. Для полученного ряда данных найди:

а) среднее арифметическое	
а) размах	
б) моду	
в) медиану	

Объясни практический смысл этих показателей:

60. Девочки на уроке физической культуры прыгали в высоту и показали результаты (в см): 90, 125, 125, 130, 130, 135, 135, 135, 140, 140. Найди для этого ряда чисел:	Решение	Ответ
а) среднее арифметическое		
б) медиану		
в) Какое значение лучшим образом характеризует спортивную подготовку класса?		

**Проверочная работа № 2 по теме
«Линейные уравнения с одной переменной»
Вариант 1**

Часть 1

1. Число $-0,6$ является корнем уравнения

- 1) $x - 0,6 = 0$ 2) $-5x + 3 = 0$ 3) $5x + 6 = -3$ 4) $5x + 6 = 3$

2. При каком значении x значение выражения $7x - 5$ равно -9 ?

- 1) -2 2) $-\frac{4}{7}$ 3) $\frac{4}{7}$ 4) 2

3. Реши уравнение $\frac{7}{8}x = 56$

- 1) корней нет 2) $55\frac{1}{8}$ 3) 49 4) 64

4. За 3 ч мотоциклист проезжает то же расстояние, что велосипедист за 5 ч. Скорость мотоциклиста на 12 км/ч больше скорости велосипедиста. Определи скорость каждого. Составь уравнение по условию задачи, приняв за x км/ч скорость велосипедиста.

- 1) $3x + 12 = 5x$ 2) $3(x + 12) = 5x$ 3) $3(x - 12) = 5x$ 4) $3x = 5(x - 12)$

5. Реши уравнение $(6x + 1) - 4(3 + 2x) = 4$.

Ответ: _____.

6. При каком значении n значение выражения $2n - 6$ в 5 раз больше значения выражения $-4n + 1$?

Ответ: _____.

7. Дан ряд чисел: 6, 3, 5, 3, 7, 9, 2, 4, 1, 8. Установи соответствие между статистическими характеристиками этого ряда и их значениями:

А) среднее арифметическое	1) 3
Б) мода	2) 4,5
В) размах	3) 4,8
Г) медиана	4) 8

Ответ:

А	Б	В	Г

Часть 2

8. Реши уравнение $|5x - 3| = 8$.

9. Реши задачу: «С двух станций, расстояние между которыми равно 300 км, вышли одновременно два поезда навстречу друг другу. Через 2 ч расстояние между ними было 70 км. Найди скорость поездов, если скорость одного была на 5 км/ч больше скорости другого».

10. Реши задачу: «При смешивании 5%-го раствора кислоты с 40%-м раствором той же кислоты получили 140 г 30%-го раствора. Сколько граммов каждого раствора было для этого взято?»

Затщи ответы в таблицу:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Проверь ответы (см. в конце пособия). Если сделал много ошибок – повтори попытку (реши вариант 2).

Вариант 2

Часть 1

1. Число 1,8 является корнем уравнения

- 1) $-x - 1,8 = 0$ 2) $3,6 - x = 2x$ 3) $5x - 3 = 6$ 4) $5x + 3 = -6$

2. При каком значении x значение выражения $-3 + 8y$ равно -13 ?

- 1) 2 2) $\frac{5}{4}$ 3) $-\frac{5}{4}$ 4) -2

3. Реши уравнение $\frac{3}{5}z = 45$

- 1) 27 2) 75 3) корней нет 4) $44\frac{2}{5}$

4. За 2 ч грузовик проезжает на 20 км больше, чем легковой автомобиль за 1 ч. Скорость легкового автомобиля в 1,5 раза больше скорости грузовика. Определи скорость каждого. Составь уравнение по условию задачи, приняв за x км/ч скорость грузовика.

- 1) $2x + 20 = 1,5x$ 2) $2x = 1,5(x + 20)$ 3) $2x = 1,5x + 20$ 4) $2x = (1,5 + x) + 20$

5. Реши уравнение $(7y - 9) - 9(3 + y) = -11$.

Ответ: _____.

6. При каком значении t значение выражения $-6t - 2$ на 5 больше значения выражения $2t - 3$?

Ответ: _____.

7. Дан ряд чисел: 11, 15, 16, 12, 19, 21, 20, 12, 18, 17. Установи соответствие между статистическими характеристиками этого ряда и их значениями:

А) среднее арифметическое	1) 16,5
Б) мода	2) 16,1
В) размах	3) 12
Г) медиана	4) 10

Ответ:

А	Б	В	Г

Часть 2

8. Реши уравнение $|3x - 2| = 4$.

9. *Реши задачу:* «Два пешехода вышли навстречу друг другу из пунктов А и В, расстояние между которыми равно 38,5 км. Через 3 ч расстояние между ними уменьшилось до 7 км. Найди скорость каждого пешехода, если скорость первого пешехода была на 1,5 км/ч меньше скорости второго».

10. *Реши задачу:* «Сколько граммов 30%-го раствора соли надо добавить к 80 г 12%-го раствора этой же соли, чтобы получить 20%-й раствор соли?»

Запиши ответы в таблицу:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Проверь ответы (см. в конце пособия).

II. Функции

1. Функции и их графики

При изучении различных явлений природы и решении технических задач, а, следовательно, и в математике приходится рассматривать изменение одной величины в зависимости от изменения другой.

1) Так, например, при изучении движения автомобиля с постоянной скоростью 60 км/ч пройденный путь рассматривается как переменная s (км), изменяющаяся в зависимости от изменения времени t (ч): $s = 60t$.

Если $t = 3$, то $s = 60 \cdot 3 = 180$;

если $t = 5$, то $s = 60 \cdot 5 = 300$;

если $t = 10$, то $s = 60 \cdot 10 = 600$.

Переменную t , значения которой выбирают произвольно, называют **независимой переменной**, а переменную s , значения которой определяются выбранными значениями t , называют **зависимой переменной**.

2) Стоимость проезда в пригородных электричках Горьковского направления от станции «Москва – Курская» до станции «Крутое» зависит от номера зоны и представлена в таблице:

№ зоны (n)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Стоимость проезда m (руб.)	26,00	26,00	49,50	66,00	82,50	99,00	115,50	132,00	148,50	165,00

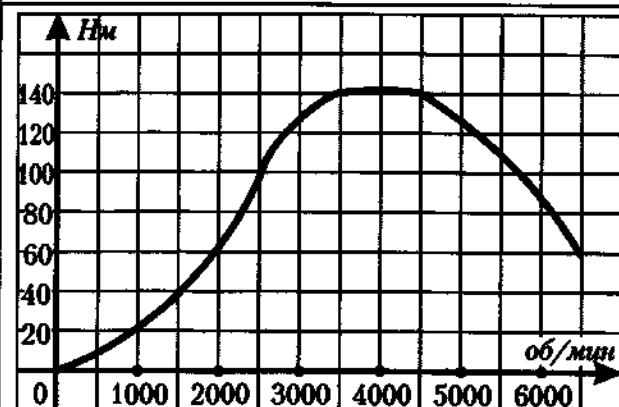
Если $n = 3$, то $m = 49,50$;

если $n = 6$, то $m = 99,00$;

если $n = 10$, то $m = 165,00$.

Переменная n является независимой переменной, а переменная m – зависимой переменной.

3) На графике изображена зависимость крутящего момента автомобильного двигателя K от числа его оборотов n в минуту. На оси абсцисс откладывается число оборотов в минуту. На оси ординат – крутящий момент в Н·м. Чтобы автомобиль начал движение, крутящий момент должен быть не менее 60 Н·м.



Если $n = 2000$, то $K = 60$;

если $n = 4000$, то $K = 140$;

если $n = 6000$, то $K = 90$.

Здесь n является независимой переменной, а K – зависимой переменной.

В рассмотренных примерах каждому значению независимой переменной соответствует единственное значение зависимой переменной. Такая зависимость одной переменной от другой называется **функциональной зависимостью** или **функцией**.

Независимая переменная также называется **аргументом**, а зависимая переменная – **функцией** от этого аргумента. Так, в рассмотренных примерах путь, пройденный автомобилем с постоянной скоростью, является функцией от времени движения; стоимость проезда в пригородном поезде есть функция от номера зоны, к которой относится станция.

Все значения, которые принимает независимая переменная, образуют **область определения функции**. Все значения, которые принимает зависимая переменная – **область значений функции**.

Например, область определения функции в примере 1 состоит из всех положительных чисел, а в примере 2 – из всех натуральных чисел от 1 до 10. Областью определения функции из примера 3 является множество всех чисел от 0 до 6500 ($0 \leq n \leq 6500$), а областью значений – множество всех чисел от 0 до 140 ($0 \leq K \leq 140$).

Графиком функции называется множество всех точек координатной плоскости, абсциссы которых равны значениям аргумента, а ординаты – соответствующим значениям функции.

С помощью графика функции по заданному значению аргумента можно найти соответствующее значение функции (см. пример 3), а также решить обратную задачу: по указанному значению функции найти те значения аргумента, которым оно соответствует (в том же примере 3: $K = 100$ при $n = 2500$ и $n = 5800$; $K = 40$ при $n = 1500$).

Построим график функции, заданной формулой $y = 0,5x(x - 2)$. Составим таблицу соответственных значений аргумента и функции с шагом 1 от -2 до 4.

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	4	1,5	0	-0,5	0	1,5	4

Отметим точки с данными координатами в координатной плоскости, соединим их плавной линией. Получим график функции, заданной формулой $y = 0,5x(x - 2)$, где $-2 \leq x \leq 4$ (рис. 1).

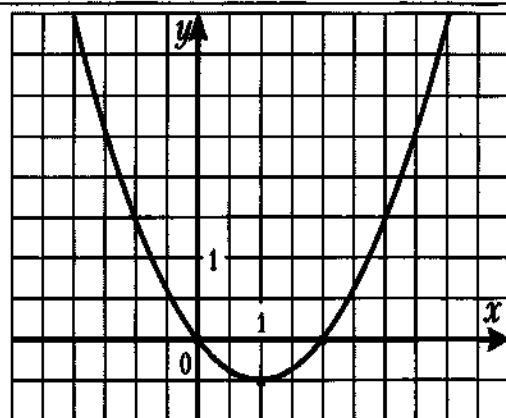


Рис. 1

61. Периметр квадрата со стороной x см равен P см.

Решение

а) Вырази формулой P от x .

б) Для значения аргумента $x = 5; 7; 12,5$ найди соответствующее значение функции P .

$$P(5) =$$

$$P(7) =$$

$$P(12,5) =$$

62. На рисунке жирными точками показана среднемесячная температура воздуха в Сочи за каждый месяц 1920 года. По горизонтали указываются месяцы (n), по вертикали – температура ($t^\circ\text{C}$) в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией.



а) Заполни таблицу:

n	2		8		11	
$t^\circ\text{C}$		14		13		7

б) Определи по рисунку, какой была наибольшая среднемесячная температура в Сочи в 1920 году (ответ дай в градусах Цельсия).	Ответ: _____.
Наиболее распространенный способ задания функции – с помощью формулы (пример 1). С помощью формулы можно для любого значения аргумента найти соответствующее значение функции. Например, функция задана формулой $y = \frac{1}{3}x + 5$, где x – любое число. Если $x = -3$, то $y = \frac{1}{3} \cdot (-3) + 5 = -1 + 5 = 4$. Если $x = 11$, то $y = \frac{1}{3} \cdot 11 + 5 = 3\frac{2}{3} + 5 = 8\frac{2}{3}$. При этом пишут: $y(-3) = 4$, $y(11) = 8\frac{2}{3}$. Чтобы найти, при каком значении x значение функции равно -20, нужно решить уравнение: $\frac{1}{3}x + 5 = -20$, $\frac{1}{3}x = -25$, $x = -75$. Значит, $-20 = y(-75)$.	

63. Функция задана формулой $y = 2x^2 - 5$. Заполни таблицу, вычислив соответствующие значения функции:

x	-8	-5	-1	0	1	7	10
y							

64. Найди значение функции $y = x^3 + x$, соответствующее значению аргумента:	Решение
а) $x = -2$	$y(-2) =$
б) $x = 5$	$y(5) =$
в) $x = a$	$y(a) =$
г) $x = 3a$	$y(3a) =$

65. Функция задана формулой $y = 0,5x - 3$. При каком значении аргумента значение функции равно	Решение	Ответ
а) -11		
б) 0		
в) 16		

66. Функция задана формулой $y = -2x + 7$. Заполни пустые клетки таблицы:

x	-24		0		6		35
y		-11		0		14	

67. Найди область определения функции, заданной формулой:

Решение, ответ

а) $y = \frac{x}{3} + 5$

б) $y = \frac{3}{x} - 5$

в) $y = \frac{5}{x(x-3)}$

г) $y = \frac{x}{3} + \frac{1}{x+5}$

68. Построй график функции $y = \frac{3}{x+2}$, где $-1 \leq x \leq 4$.

Решение

Заполни предварительно таблицу соответствующих значений функции:

x	-1	0	1	2	3	4
y						

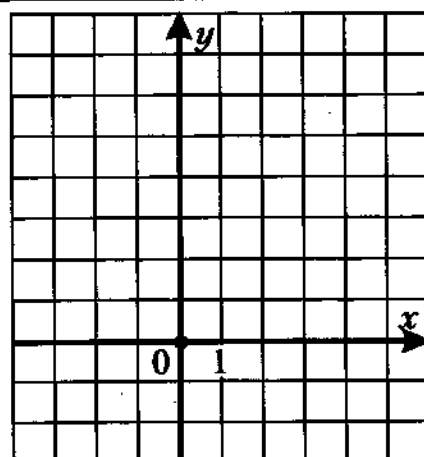


Рис.2

69. По графику функции найди:

Решение

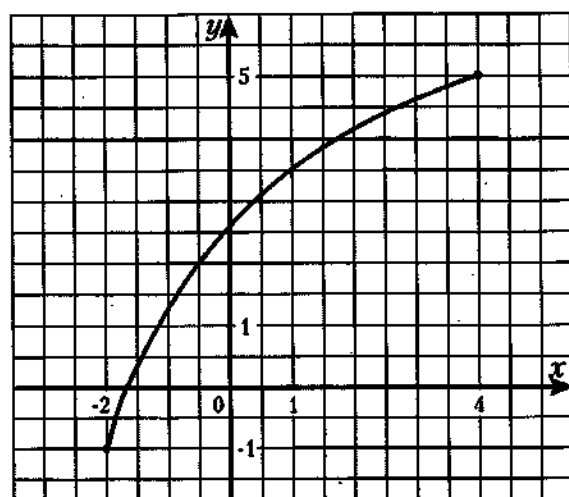


Рис. 3

а) область определения функции

а) область значений функции

2. Линейная функция

Линейной функцией называется функция, которую можно задать формулой вида $y = kx + b$, где x – независимая переменная, k и b – некоторые числа. Областью определения линейной функции является множество всех чисел.

Например, линейными будут функции $y = \frac{3}{7}x - 1$, $y = -0,2x + 8$, $y = \frac{10 - x}{3}$ и другие.

Если $b = 0$, $k \neq 0$, линейная функция будет иметь вид $y = kx$. Такая функция называется **прямой пропорциональностью**.

Если $k = 0$, линейная функция будет иметь вид $y = b$.

Графиком линейной функции является прямая.

Для построения графика линейной функции достаточно найти координаты двух точек графика, построить эти точки на координатной плоскости и провести через них прямую.

Пример. Построим график линейной функции $y = -2x + 3$. Найдём координаты двух точек графика. Заполним таблицу:

x	1	3
y	1	-3

Отметим точки $A(2; 1)$ и $B(3; -3)$ на координатной плоскости и проведём через них прямую (рис. 4). Прямая AB есть график функции $y = -2x + 3$ (рис. 4).

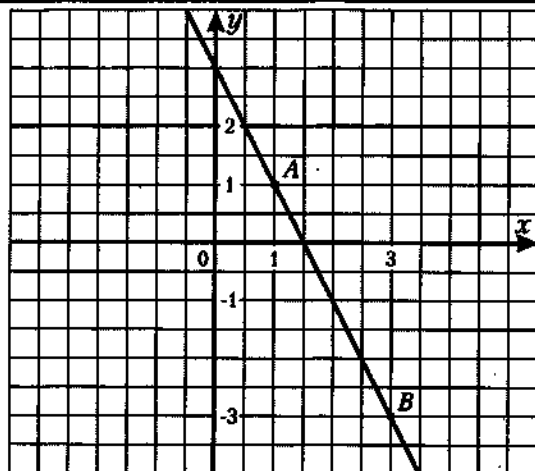


Рис. 4

Графиком прямой пропорциональности $y = kx$, где $k \neq 0$ будет прямая, проходящая через начало координат, так как если $x = 0$, то $y = 0$.

Графиком функции $y = b$ будет прямая, параллельная оси x , если $b \neq 0$, и сама ось x , если $b = 0$. Например, на рисунке изображены графики частных случаев линейной функции $y = \frac{1}{2}x$ (рис. 5 а), $y = 2$ (рис. 5 б), $y = 0$ (рис. 5 в).

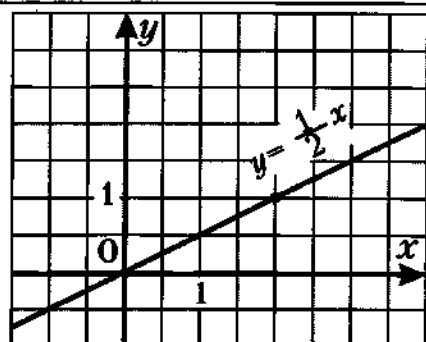


Рис. 5 а

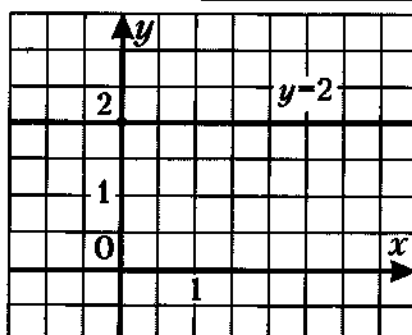


Рис. 5 б

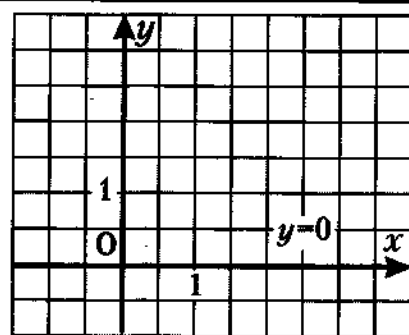


Рис. 5 в

Расположение графика линейной функции $y = kx + b$ в координатной плоскости зависит от значений коэффициентов k и b . Графики линейных функций, заданных формулами вида $y = kx + b$ с одинаковыми коэффициентами k и различными коэффициентами b , параллельны (рис. 6) и наклонены к оси x под одним и тем же углом. Этот угол зависит от коэффициента k , поэтому число k называют угловым коэффициентом прямой $y = kx + b$.

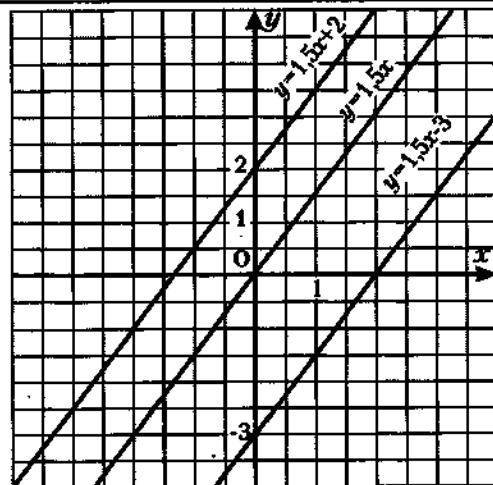


Рис. 6

Если $k > 0$, то угол наклона прямой $y = kx + b$ к оси x острый; (рис. 7,а).

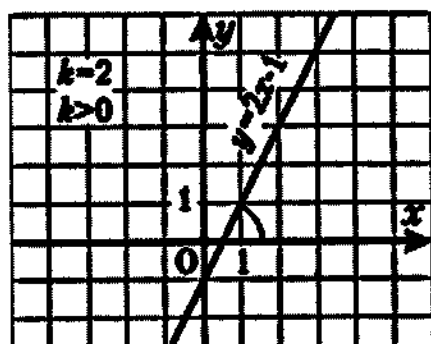


Рис. 7, а

если $k < 0$, то этот угол тупой (рис. 7,б).

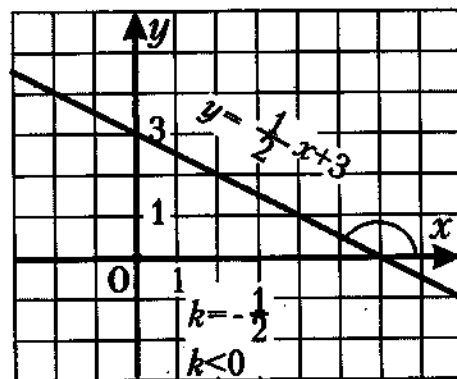


Рис. 7, б

70. Является ли линейной функция, заданная формулой:

а) $y = \frac{x+3}{2}$

б) $y = \frac{3}{x} + 2$

в) $y = (x-1)(x+2)$

г) $y = \frac{1}{2}x$

Решение, ответ

71. Линейная функция задана формулой $y = -1,5x - 5$. Найди:

а) значение y , если $x = -3; 0; 11$;

б) значение x , при котором $y = 1; -6,5; 0$.

Заполни таблицу:

x	-3	0	11			
y				1	-6,5	0

72. Построй график линейной функции, предварительно заполнив таблицу:

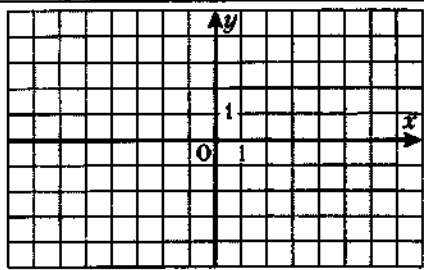
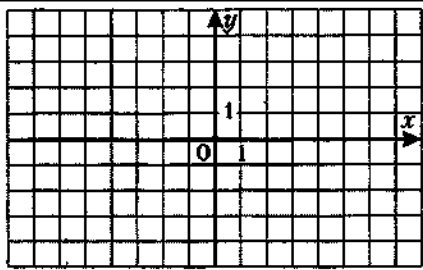
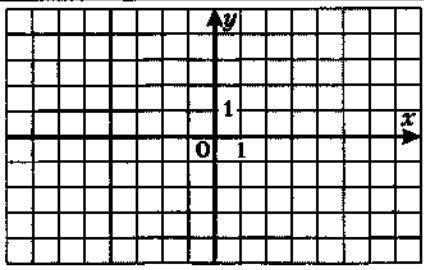
а) $y = -x + 3$			б) $y = 2x - 3$			в) $y = -\frac{1}{2}x + 1$		
x			x			x		
y			y			y		
								

Рис. 8

73. Не выполняя построения, найди, в каких точках пересекает график функции оси координат:

Решение

а) $y = 5x - 3$	
б) $y = -6x + 2$	
в) $y = 0,5x + 1$	

74. Не выполняя построения графика функции $y = -\frac{5}{6}x + 4$, выясни, проходит этот график через точку:

Решение, ответ

а) $A(3; 1,5)$	
б) $B\left(2; 2\frac{1}{3}\right)$	
в) $M(60; -54)$	

75. Найди координаты точки пересечения графиков функций:

Решение

Ответ

а) $y = 0,5x - 3$ и $y = 0,3x - 5$		
б) $y = 5x - 3$ и $y = 5 + 5x$		
в) $y = 2x - 8$ и $y = -2x + 14$		

76. На рисунке 9 изображен график одной из линейных функций. Укажи эту функцию.

1. $y = -2x + 6$
2. $y = 2x + 6$
3. $y = -\frac{1}{2}x + 6$
4. $y = \frac{1}{2}x + 7$

Ответ:

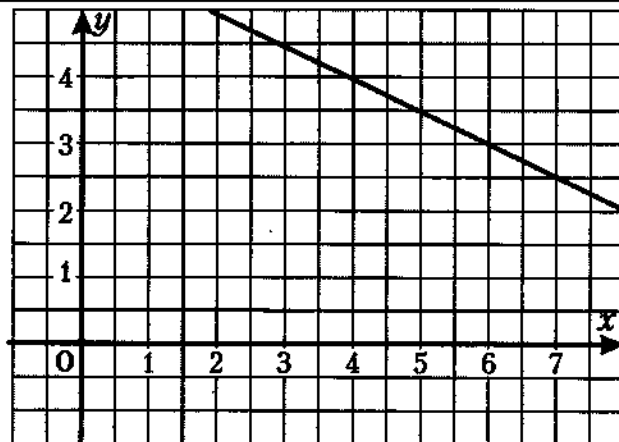
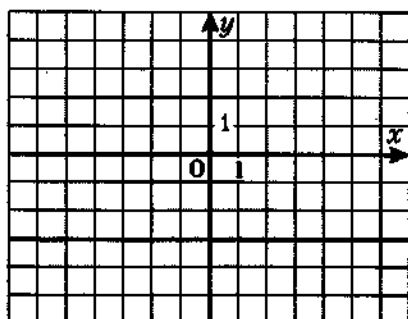


Рис. 9

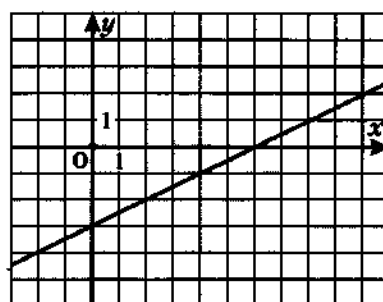
77. Установи соответствие между формулами, задающими линейные функции, и прямыми, являющимися графиками этих линейных функций:

- 1) $y = 0,5x - 3$ 2) $y = -3$ 3) $y = -3x$ 4) $y = -0,5x + 3$

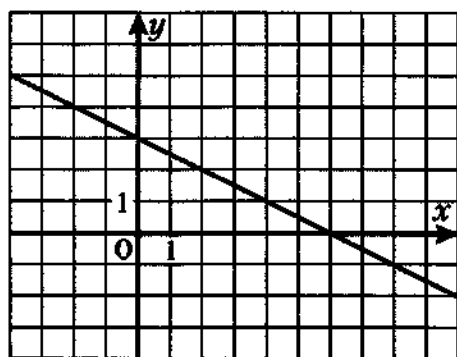
А)



В)



Б)



Г)

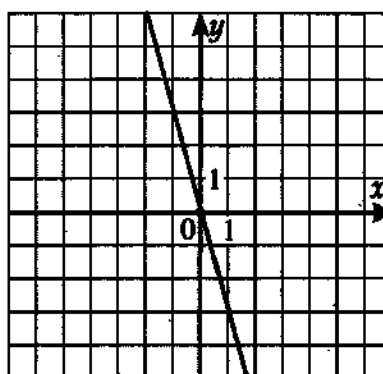


Рис. 10

Ответ:

1	2	3	4

Во многих задачах рассматривается равномерное прямолинейное движение по закону $s(t) = vt$ (где $s(t)$ – путь, пройденный телом с постоянной скоростью v за время t), а, значит, графиком такого движения является часть прямой – отрезок.

Решим задачу. Туристы отправились с базы А на базу В. Они 2 часа шли со скоростью 5 км/ч и 1 час со скоростью 6 км/ч до места назначения. На базе В туристы пробыли 3 часа, и затем потратили 4 часа на обратный путь до базы А. Изобрази график движения туристов в системе координат s от t . По графику найди: 1) расстояние от базы А до базы В; 2) через сколько часов после начала движения от базы А туристы были на расстоянии 6 км от базы В; 3) скорость движения туристов на обратном пути. Задай формулами все отрезки, составляющие график движения туристов от базы А до базы В.

Решение.

Построим график движения туристов в системе координат s от t , выбрав удобные единицы измерения по осям координат (рис. 11).

1) Расстояние от базы А до базы В

$$s = 5 \cdot 2 + 6 = 16 \text{ (км)};$$

2) через 2 ч и через 7,5 ч после начала движения туристы были на расстоянии 6 км от базы В;

3) на обратном пути скорость туристов была

$$v = \frac{16}{4} = 4 \text{ (км/ч)}.$$

$$\text{При } 0 \leq t \leq 2 \quad s(t) = 5t,$$

$$\text{при } 2 \leq t \leq 3 \quad s(t) = 6t - 2,$$

$$\text{при } 3 \leq t \leq 6 \quad s(t) = 16,$$

$$\text{при } 6 \leq t \leq 10 \quad s(t) = -4t + 40.$$

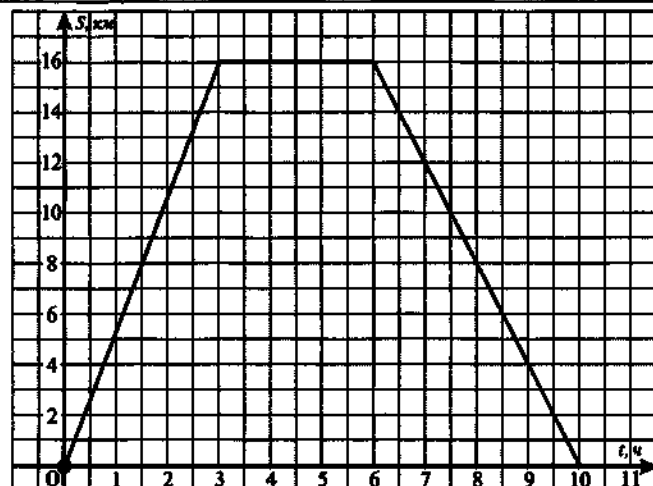


Рис. 11

В этом случае говорят, что функция задана несколькими формулами и пишут:

$$s(t) = \begin{cases} 5t, & 0 \leq t < 2, \\ 6t - 2, & 2 \leq t < 3, \\ 16, & 3 \leq t < 6, \\ -4t + 40, & 6 \leq t \leq 10. \end{cases}$$

78. Реши задачу:

Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 180 км, выехал автобус со скоростью 40 км/ч. Спустя 1 час из пункта А в том же направлении выехал автомобиль со скоростью 60 км/ч, обогнал автобус, и, прибыв в пункт В, задержался там. Автобус, приехав в пункт В, пробыл в пункте назначения 1,5 часа и поехал обратно. Автомобиль находился в пункте В 3 часа и также поехал в пункт А.

Учитывая, что скорости автобуса и автомобиля во время их движения не менялись, построь графики движений автобуса (сплошной линией) и автомобиля (пунктирной линией) в системе координат (рис. 12).

(Указание: для построения графиков можно использовать карандаши разных цветов).

По графикам ответь на вопросы:

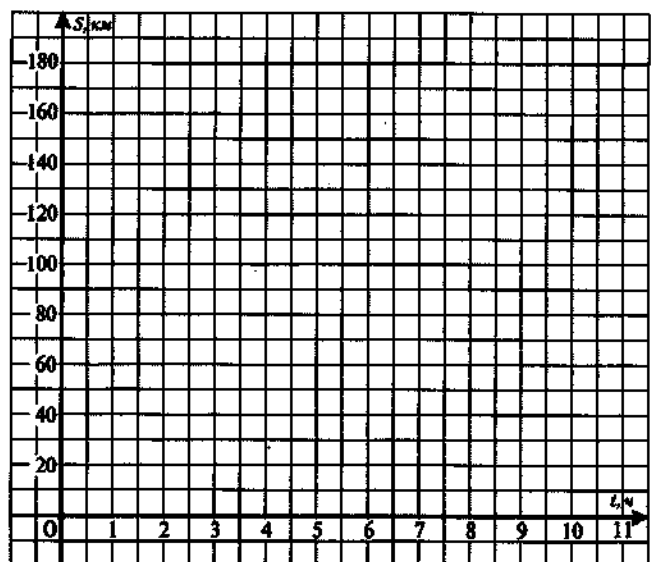


Рис. 12

а) Через сколько часов после начала движения автобуса транспортные средства встретились в первый раз? Во второй раз?	
б) За сколько километров от пункта А произошла первая встреча транспортных средств? Вторая встреча?	
в) На сколько часов раньше автобуса автомобиль прибыл в пункт В? На обратном пути в пункт А?	
г)* Запиши несколькими формулами функцию, задающую движение автобуса.	$s(t) = \begin{cases} & , 0 \leq t < 4,5, \\ & , 4,5 \leq t \leq 6, \\ & , 6 < t \leq 10,5. \end{cases}$
д)* Запиши несколькими формулами функцию, задающую движение автомобиля.	$s(t) = \begin{cases} & , 1 \leq t < 4, \\ & , 4 \leq t \leq 7, \\ & , 7 < t \leq 10. \end{cases}$

С помощью графиков линейных функций можно смоделировать ситуации из задач на «движение навстречу» и «движение вдогонку».

Задача на «движение навстречу».

Пусть два тела движутся навстречу друг другу из двух точек А и В, расстояние между которыми s (единиц длины), со скоростями v_1 и v_2 (единиц скорости) (рис. 13).

При этом скорость сближения этих тел равна $v_1 + v_2$ (единиц скорости), а время до встречи

$$t = \frac{s}{v_1 + v_2} \text{ (единиц времени).}$$

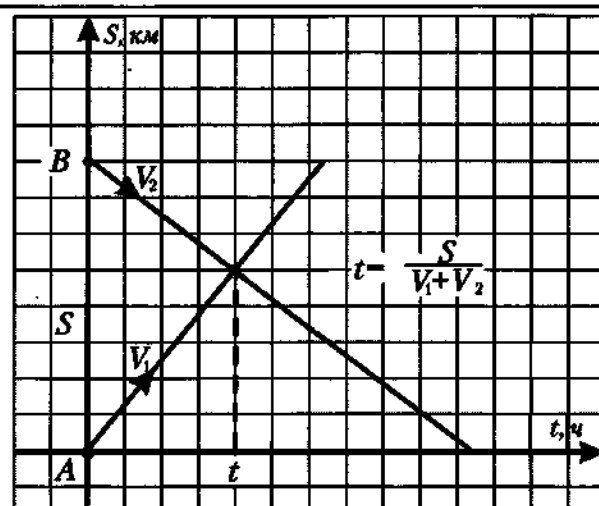


Рис. 13

Задача на «движение вдогонку».

Пусть два тела движутся в одном направлении из двух точек А и В, расстояние между которыми s (единиц длины), со скоростями v_1 и v_2 (единиц скорости), где $v_1 > v_2$ (рис. 14).

При этом скорость сближения этих тел равна $v_1 - v_2$ (единиц скорости), а время до встречи

$$t = \frac{s}{v_1 - v_2} \text{ (единиц времени).}$$

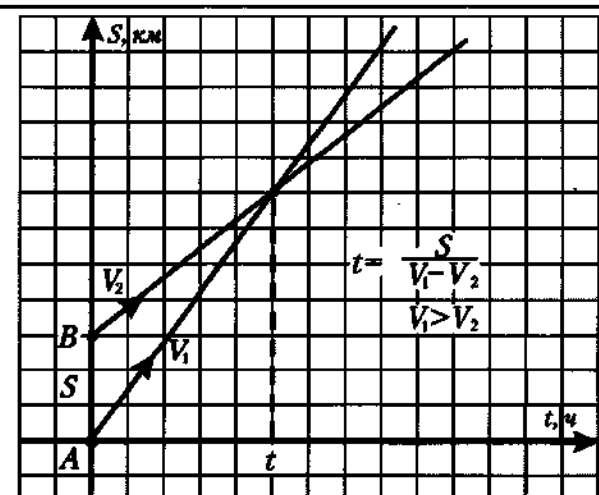


Рис. 14

79. Реши задачу:

Из двух пунктов А и В, расстояние между которыми 250 км, одновременно навстречу друг другу выехали автобус со скоростью 40 км/ч и автомобиль со скоростью 60 км/ч. Через сколько часов произошла их встреча?

Решение, ответ

Изобрази графики движений автобуса и автомобиля в системе координат:

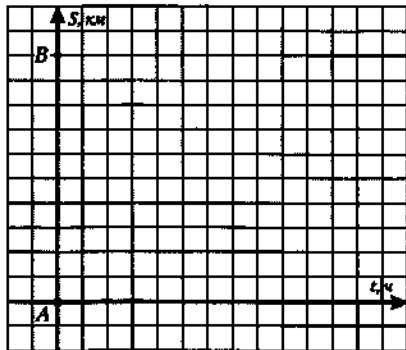


Рис. 15

80. Реши задачу:

Из двух пунктов А и В, расстояние между которыми 50 км, одновременно в одном направлении выехали автобус со скоростью 40 км/ч и автомобиль со скоростью 60 км/ч. Через сколько часов автомобиль догонит автобус?

Решение, ответ

Изобрази графики движений автобуса и автомобиля в системе координат:

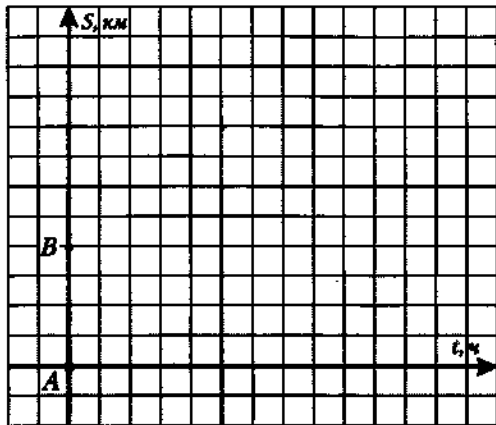


Рис. 16

Вариант 1

Часть 1

1. Функция задана формулой $y = 5x - 2x^2$. Найди значение функции, соответствующее значению аргумента, равному -3 .

- 1) 3 2) -3 3) -27 4) -33

2. Какая из функций не является линейной?

- 1) $y = -7$ 2) $y = \frac{-7+x}{2}$ 3) $y = \frac{-7}{2x} + 1$ 4) $y = \frac{-7x}{2} + 1$

3. Функция задана формулой $y = -4x - 8$. Найди значение аргумента, при котором значение функции равно -14 .

- 1) $1,5$ 2) $-1,5$ 3) $-5,5$ 4) $5,5$

4. Какой формулой задана функция, график которой изображён на рисунке 17?

- 1) $y = 2x + 4$
2) $y = -4x + 2$
3) $y = -2x + 4$
4) $y = 4x + 2$

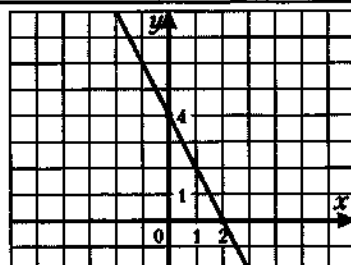


Рис. 17

5. Задай формулой функцию, график которой параллелен прямой $y = -13x + 1$ и проходит через точку $K(2; -16)$.

Ответ: _____.

6. Найди абсциссу точки пересечения графиков функций $y = 6x - 8$ и $y = -4x + 15$.

Ответ: _____.

7. Установи соответствие между функциями

- А) $y = -4$
Б) $y = -4x + 1$
В) $y = -x + 4$
Г) $y = 4x$
и их графиками

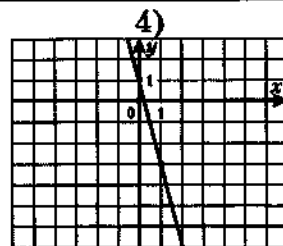
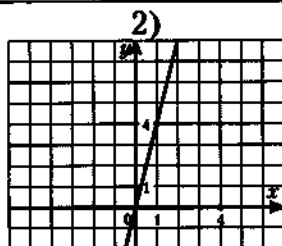
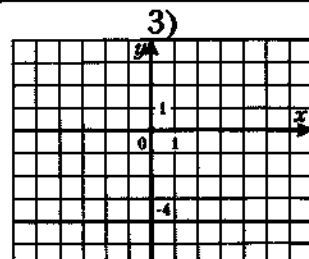
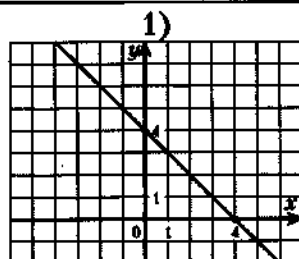


Рис. 18

Ответ:

А	Б	В	Г

8. Построй график функции $y = 3x - 5$. Принадлежит ли этому графику точка $K(-32; -91)$?

9. Известно, что точки $M(4; 8)$ и $N(-2; -13)$ принадлежат графику функции $y = kx + b$. Найди k и b .

10.* Почтальон отправился с почты в посёлок. За первый час он прошёл 5 км, затем 1 час отдохнул в придорожном кафе, и ещё 1 час потратил на оставшийся путь.

1) Построй график движения почтальона, если известно, что расстояние от почты до посёлка равно 11 км.

2) Задай несколькими формулами функцию, график которой построил.

Решение, ответ

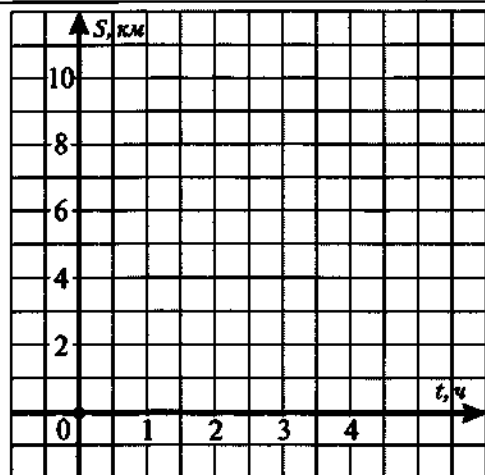


Рис. 19

$$s(t) = \begin{cases} , & \leq t < , \\ , & \leq t \leq , \\ , & < t \leq . \end{cases}$$

Запиши ответы в таблицу:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
									См. выше

Проверь ответы (см. в конце пособия). Если сделал много ошибок – повтори попытку (реши вариант 2).

Часть 1

1. Функция задана формулой $y = 2x^3 - 3x$. Найди значение функции, соответствующее значению аргумента, равному -2 .

- 1) 22 2) -10 3) -22 4) 18

2. Какая из функций не является линейной?

- 1) $y = \frac{4}{x+3}$ 2) $y = 3$ 3) $y = \frac{x}{3} + 4$ 4) $y = \frac{-x}{4}$

3. Функция задана формулой $y = 15 - 9x$. Найди значение аргумента, при котором значение функции равно 21.

- 1) 1,5 2) $-1,5$ 3) $-\frac{2}{3}$ 4) $\frac{2}{3}$

4. Какой формулой задана функция, график которой изображён на рисунке 15?

- 1) $y = 3x - 1$
2) $y = -3x + 1$
3) $y = -3x - 1$
4) $y = 3x + 1$

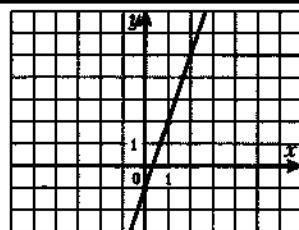


Рис. 20

5. Задай формулой функцию, график которой параллелен прямой $y = 6 - 11x$ и проходит через точку $P(-3; 25)$.

Ответ: _____.

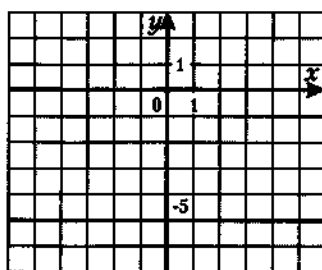
6. Найди абсциссу точки пересечения графиков функций $y = 7x - 3$ и $y = -15x - 14$.

Ответ: _____.

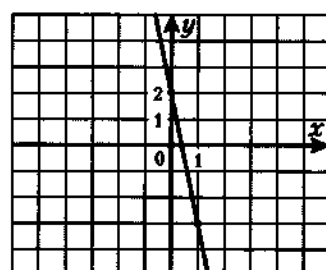
7. Установи соответствие между функциями

- А) $y = 2x + 5$
Б) $y = 2 - 5x$
В) $y = 2x$
Г) $y = -5$
и их графиками

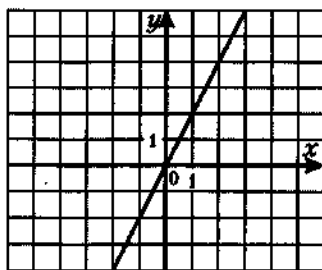
1)



3)



2)



4)

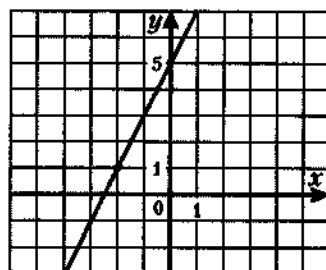


Рис. 21

Ответ:

А	Б	В	Г

8. Построй график функции $y = 2 - 0,5x$. Принадлежит ли этому графику точка $C(46; -25)$?

9. Известно, что точки $F(-4; 18)$ и $H(6; -7)$ принадлежат графику функции $y = kx + b$. Найди k и b .

10.* Из пункта А в пункт В выехал автобус со скоростью 50 км/ч. Прибыв в пункт В, он 1 час пробыл там, и затем вернулся в пункт А, потратив на обратный путь 2,5 часа.

1) Построй график движения автобуса, если известно, что расстояние между пунктами А и В равно 100 км.

2) Задай несколькими формулами функцию, график которой построил.

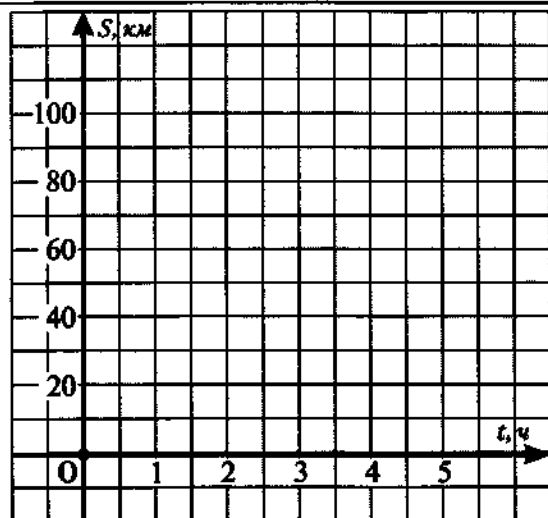


Рис. 22

Решение, ответ

$$s(t) = \begin{cases} , & \leq t < , \\ ; & \leq t \leq , \\ , & < t \leq . \end{cases}$$

Запиши ответы в таблицу:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
									См. выше

Проверь ответы (см. в конце пособия).

1. Понятие степени с натуральным показателем

Степенью числа a с натуральным показателем n , большим 1, называется выражение a^n , равное произведению n множителей, каждый из которых равен a . Степенью числа a с показателем 1 называется само число a .

1) $n > 1$ $a^n = a \cdot a \cdot \dots \cdot a$ (в произведении n множителей);

2) $n = 1$ $a^1 = a$.

a называется **основанием степени**, n – **показателем степени**.

Читается: « a в степени n », « n -я степень числа a ».

Нахождение значения степени называют **возведением в степень**.

Например, $5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$. При этом 5 – основание степени, 4 – показатель степени, 625 – значение выражения 5^4 .

При вычислении значений числовых выражений, не содержащих скобки, сначала выполняют возведение в степень, затем умножение и деление, далее сложение и вычитание.

Например, найдем значение выражения $3 \cdot 10^5 - 12 : \frac{1}{3}$.

1) $10^5 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 100000$; 2) $3 \cdot 100000 = 300000$; 3) $12 : \frac{1}{3} = 12 \cdot 3 = 36$;

4) $300000 - 36 = 299964$.

Заметим, что:

1) при возведении в степень положительного числа получается положительное число:

$$3^4 = 81; 6^3 = 216;$$

2) при возведении в степень нуля получается нуль: $0^{11} = 0$; $0^{37} = 0$;

3) степень отрицательного числа с четным показателем есть положительное число:

$$(-2)^6 = 64; (-1)^{26} = 1;$$

4) степень отрицательного числа с нечетным показателем есть отрицательное число:

$$(-7)^3 = -343; (-1)^{51} = -1;$$

5) квадрат любого числа есть положительное число или нуль:

$$16^2 = 256; (-0,5)^2 = 0,25; 0^2 = 0.$$

81. Запиши произведение в виде степени:

а) $0,31 \cdot 0,31 \cdot 0,31 \cdot 0,31 =$

г) $(-p) \cdot (-p) \cdot (-p) \cdot (-p) \cdot (-p) \cdot (-p) \cdot (-p) =$

б) $(-8) \cdot (-8) \cdot (-8) \cdot (-8) \cdot (-8) =$

д) $(x+y) \cdot (x+y) \cdot (x+y) =$

в) $\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} =$

е) $(abc) \cdot (abc) \cdot (abc) \cdot (abc) =$

82. Представь степень в виде произведения:

Запиши:

Основание степени

Показатель степени

а) $4^{10} =$

б) $(-1,7)^3 =$

в) $(-cd)^5 =$

г) $\left(\frac{t}{5}\right)^4 =$

83. Выполни возведение в степень:	
а) $6^3 =$	д) $(-3,5)^2 =$
б) $11^2 =$	е) $(-1,2)^3 =$
в) $4^5 =$	ж) $\left(\frac{2}{5}\right)^5 =$
г) $5^4 =$	з) $\left(-1\frac{1}{4}\right)^3 =$

84. Найди значение выражения:	
а) $2 \cdot 3^4 =$	д) $-2^4 + (-1)^{20} =$
б) $(2 \cdot 3)^4 =$	е) $(-2)^4 + (-1)^{20} =$
в) $3^2 + 7^2 =$	ж) $2^5 \cdot 5 + 5^2 \cdot 2 =$
г) $(3+7)^2 =$	з) $7200 \cdot (-0,1)^3 =$

85. Заполни таблицу:										
n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2^n										
3^n									-	-
4^n							-	-	-	-
5^n						-	-	-	-	-
6^n					-	-	-	-	-	-
7^n					-	-	-	-	-	-
8^n					-	-	-	-	-	-
9^n					-	-	-	-	-	-

86. Представь:			
а) в виде квадрата число:	$64 =$	$0,0081 =$	$\frac{4}{49} =$
б) в виде куба число:	$27 =$	$-0,064 =$	$\frac{8}{125} =$
в) в виде степени трёх число:	$9 =$	$243 =$	$729 =$
г) в виде степени десяти число:	$10 =$	$1000 =$	$10\,000\,000 =$

87. Найди значение выражения	при:	Ответ
а) $x + x^2 + x^3 + x^4$	$x = -5$	
б) $0,001x^5$	$x = -30$	

в) $4x^2 - 3$	$x = -0,9$	
г) $x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 4x + 5$	$x = 0,1$	

88. Составь формулу для вычисления:	Ответ
а) площади квадрата со стороной, равной $5a + 1$	$S =$
б) объёма куба с ребром, равным $\frac{1}{3}b - 2$	$V =$

89. Запиши в виде выражения:	Ответ
а) куб разности чисел m и 8	
б) разность квадратов чисел $5c$ и 3	
в) удвоенное произведение квадрата a и числа 7	
г) квадрат суммы чисел $6x$ и 1	

90. Запиши название выражения:	Ответ
а) $a^2 - b^2$	
б) $(a - b)^2$	
в) $2(a - b)^3$	
г) $3(a^3 + b^3)$	

2. Свойства степени с натуральным показателем

Основное свойство степени: для любого числа a и произвольных натуральных чисел m и n

$$a^m a^n = a^{m+n}.$$

При умножении степеней с одинаковыми основаниями основание оставляют прежним, а показатели степеней складывают.

Например: $a^7 a^9 = a^{7+9} = a^{16}$, $t^3 t t^{14} = t^3 t^1 t^{14} = t^{3+1+14} = t^{18}$.

Для любого числа $a \neq 0$ и произвольных натуральных чисел m и n , таких, что $m > n$,

$$a^m : a^n = a^{m-n}.$$

При делении степеней с одинаковыми основаниями основание оставляют прежним, а из показателя степени делимого вычитают показатель степени делителя.

Например: $b^7 : b^3 = b^{7-3} = b^4$, $k^{13} : k = k^{13} : k^1 = k^{13-1} = k^{12}$.

Так как $a^n : a^n = a^{n-n} = a^0$ (при $a \neq 0$) и $a^n : a^n = 1$, принято считать, что при $a \neq 0$ $a^0 = 1$.

Например, $5^0 = 1$, $(-2,1)^0 = 1$.

Выражение 0^0 не имеет смысла!

91. Представь в виде степени выражение:	
а) $x^{13} x x^4 =$	д) $a^{15} : a^3 =$
б) $3^3 \cdot 3^{14} \cdot 3 =$	е) $0,4^{21} : 0,4^7 =$
в) $5^2 \cdot 25 =$	ж) $1\,000\,000 : 10^4 =$
г) $27 \cdot 81 =$	з) $(5^6)^2 =$

92. Найди значение выражения:	
а) $2^5 \cdot 2^4 =$	д) $16 \cdot 2^5 =$
б) $0,3 \cdot 0,3^3 \cdot 0,3^0 =$	е) $(3^2)^3 =$
в) $(-0,2)^2 \cdot (-0,2)^5 =$	ж) $(5^2)^2 =$
г) $\left(1\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \left(1\frac{1}{4}\right)^2 =$	з) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^4 =$

93. Найди значение дроби:	
а) $\frac{6^{26}}{6^{23}} =$	в) $\frac{(-0,1)^{31}}{(-0,1)^{26}} =$
б) $\frac{0,2^{42}}{0,2^{38}} =$	г) $\frac{\left(-1\frac{1}{2}\right)^{17}}{\left(-1\frac{1}{2}\right)^{15}} =$

94. Вычисли:	
а) $5^4 \cdot 5^0 =$	д) $(-0,21)^{27} : (-0,21)^{26} =$
б) $6^{25} : 6^{23} =$	е) $(-10)^{56} : 10^{51} =$
в) $\left(1\frac{1}{4}\right)^{16} : \left(1\frac{1}{4}\right)^{13} =$	ж) $\frac{2^{63}}{2^{45} \cdot 2^{14}} =$
г) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{41} : \left(-\frac{1}{3}\right)^{39} =$	з) $\frac{5^{17} \cdot 5^{39}}{5^{55}} =$

95. Упрости выражение:	
а) $a^k \cdot a^3 =$	г) $x^6 : x^n =$
б) $b \cdot b^n =$	д) $p^n : p =$
в) $c^0 \cdot c^m =$	е) $t^m : t^3 =$

96. Найди значение выражения	при:
а) $0,5x^0$	$x = -3,8$
б) $-2,4x^0$	$x = 6\frac{2}{9}$
в) $0,1x^2y^0$	$x = -2,5, y = -3\frac{5}{6}$
г) $64x^0y^3$	$x = 0,7, y = -\frac{1}{4}$

Для любых a и b и произвольного натурального числа n

$$(ab)^n = a^n b^n.$$

При возведении в степень произведения возводят в эту степень каждый множитель и результаты перемножают.

Например: $(5xy)^3 = 5^3 x^3 y^3 = 125x^3 y^3.$

Для любого числа a и произвольных натуральных чисел m и n

$$(a^m)^n = a^{mn}.$$

При возведении степени в степень основание оставляют тем же, а показатели перемножают.

Например: $(b^7)^3 = b^{7 \cdot 3} = b^{21}.$

97. Представь в виде степени выражение:

а) $a^6 b^6 =$

д) $(b^4)^6 =$

б) $4^3 x^3 =$

е) $(t^2)^9 =$

в) $(-0,1)^5 c^5 =$

ж) $(a^4)^5 =$

г) $\left(-\frac{2}{3}\right)^4 p^4 q^4 =$

з) $\left((c^4)^3\right)^2 =$

98. Найди значение выражения:

а) $5^3 \cdot 2^3 =$

г) $50^3 \cdot 0,1^4 =$

б) $0,25^6 \cdot 2^{12} =$

д) $0,064 \cdot 2,5^3 =$

в) $0,75^5 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^5 =$

е) $\left(\frac{5}{8}\right)^9 \cdot 1,6^{10} =$

99. Упрости выражение:

а) $(b^3)^4 \cdot b^5 =$

г) $(y^2 \cdot y^8)^4 =$

б) $c^6 \cdot (c^2)^5 =$

д) $(p \cdot p^5)^8 =$

в) $(x^3)^7 \cdot (x^7)^3 =$

е) $(a^6)^2 \cdot (a^3)^8 =$

100. Представь в виде степени несколькими способами:

Решение

а) $x^{18} =$

б) $x^{24} =$

101. Найди значение выражения:

Решение

а) $\frac{(3^5)^4 \cdot 3^{11}}{3^{29}} =$

б) $\frac{2^3 \cdot (2^{12})^5}{2^{56} \cdot 16} =$	
в) $\frac{(5^7)^3 \cdot 125}{5^{22}} =$	

3. Одночлены и действия с ними

Выражения, которые являются произведением чисел, переменных и их степеней, называются **одночленами**. Числа, переменные и их степени также являются одночленами.

Например, выражения: $7a^{17}b^5(-13)a^2b$; x^{16} ; $-0,3t^3p$; -81 ; z являются одночленами.

Упростим выражение: $7a^{17}b^5(-13)a^2b = 7(-13)a^{17}a^2b^5b = -91a^{19}b^6$. Получили **одночлен стандартного вида** – одночлен, состоящий из произведения числового множителя, стоящего на первом месте, и степеней различных переменных.

Числовой множитель одночлена стандартного вида называют его **коэффициентом**, а сумму показателей степеней, входящих в одночлен переменных, – **степенью одночлена**.

У одночлена $-91a^{19}b^6$ коэффициентом является число -91 , а степенью – число $19+6=25$.

Степень одночлена, являющегося числом, отличным от нуля, считают равной нулю.

102. Является ли одночленом выражение:

а) $5,1xy^6$	д) $-p$
б) $-0,73ab^2a$	е) $\frac{3}{8}$
в) $-\frac{6}{7}(cde)^3$	ж) $\frac{a^5}{6}$
г) $3(x-y^2)^6$	з) $-\frac{5}{b^6}$

103. Представь одночлен в стандартном виде и назови его коэффициент и степень:

	Коэффициент одночлена	Степень одночлена
а) $5y^7y =$		
б) $-7cd \cdot (-0,6)c^2 =$		
в) $\frac{1}{3}ab^4 \cdot (-3,6)a^3b =$		
г) $5\frac{1}{2}c^2d^5 \cdot \left(-\frac{8}{33}\right)cd =$		

104. Найди значение
одночлена при:

а) $0,01x^5$	$x = -3$
б) $\frac{2}{25}x^3y$	$x = 5, y = -\frac{1}{4}$
в) $-4xy^2$	$x = 0,2, y = -\frac{3}{4}$

При умножении одночленов и возведении одночлена в степень используются правила умножения степеней с одинаковыми основаниями и возведения степени в степень. При этом получается одночлен, который обычно представляют в стандартном виде.

Например, найдем произведение одночленов $6x^3y^5$ и $-0,5xy^{14}$:

$$6x^3y^5 \cdot (-0,5xy^{14}) = (6 \cdot (-0,5))(x^3x)(y^5y^{14}) = -3x^4y^{19}.$$

Возведем в четвертую степень одночлен $-\frac{1}{2}a^8b^5$:

$$\left(-\frac{1}{2}a^8b^5\right)^4 = \left(-\frac{1}{2}\right)^4 (a^8)^4 (b^5)^4 = \frac{1}{16}a^{32}b^{20}.$$

105. Перемножь одночлены:	Решение
а) $3x \cdot 0,4y =$	
б) $-\frac{1}{2}a^4 \cdot 0,28ab^3 =$	
в) $5c^2d^5 \cdot 0,3c^5d^2 =$	
г) $xy \cdot (-2,5y^2) \cdot \left(-\frac{1}{5}x^4y\right) =$	

106. Возведи одночлен в степень:	Решение
а) $(5xy^6)^3 =$	
б) $(-0,1a^{11}b^3c)^5 =$	
в) $(-a^4bc^9)^6 =$	
г) $\left(1\frac{1}{3}x^2y^8z\right)^4 =$	

107. Представь в виде одночлена стандартного вида:	Решение
а) $2x^5 \cdot (0,5xy^4)^2 =$	
б) $(-0,1a)^3 \cdot (ab^2)^6 =$	
в) $(-10p^3)^5 \cdot 0,001p^2 =$	
г) $\left(-\frac{2}{3}xy\right)^4 \cdot (9x^3y^5)^2 =$	

108. Представь выражение в виде квадрата одночлена:	Решение
а) $25a^8 =$	
б) $0,64x^6y^{14} =$	

в) $\frac{4}{81}c^{10}d^4 =$	
г) $10000x^{18}y^2 =$	

109. Представь выражение в виде куба одночлена:	Решение
а) $0,125t^9 =$	
б) $0,001x^6y^{15} =$	
в) $\frac{8}{27}c^{12}d^3 =$	
г) $-1000x^{18}y^{21} =$	

4. Функции $y = x^2$ и $y = x^3$ и их графики

Зависимость площади квадрата от его стороны задаётся формулой: $y = x^2$.
 График этой зависимости называется параболой и изображен на рисунке 23.
 Некоторые свойства функции $y = x^2$:

- 1) Если $x = 0$, то $y = 0$, поэтому график проходит через начало координат.
- 2) Если $x \neq 0$, то $y > 0$, поэтому все точки графика, кроме точки $(0; 0)$, расположены выше оси x .
- 3) Противоположным значениям x соответствует одно и то же значение y . Значит точки графика, имеющие противоположные абсциссы, симметричны относительно оси y .

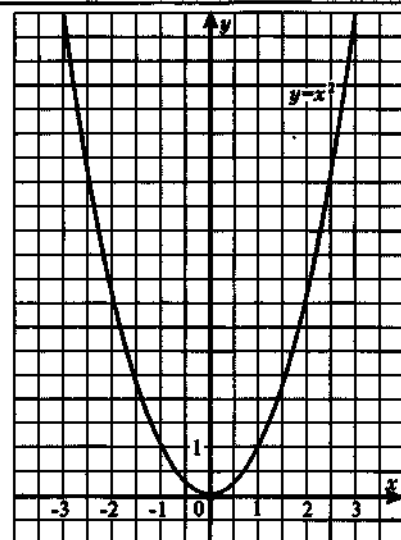


Рис. 23

110. Функция задана формулой $y = x^2$. Заполни таблицу, вычислив соответствующие значения функции:

x	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
y													

111. Используя данные задания 110, построй график функции $y = x^2$.

112. Используя график функции $y = x^2$, построенный в задании 111, найди:

- значение y , соответствующее значению $x = -2,4$:
 $y(-2,4) \approx$
- значение y , соответствующее значению $x = 1,7$:
 $y(1,7) \approx$
- значения x , которым соответствует $y = 2$:
- значения x , которым соответствует $y = 5$:

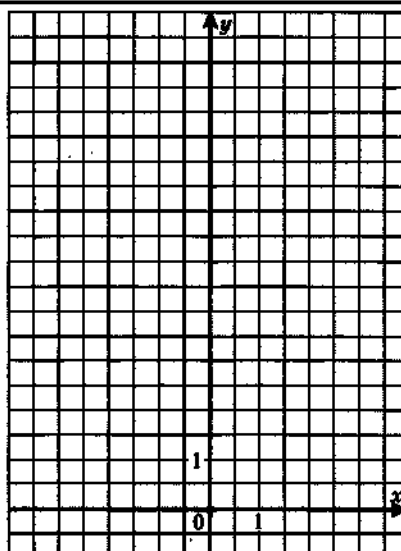


Рис. 24

113. Принадлежит ли графику функции $y = x^2$ точка:	Решение, ответ
а) $M(-7; -49)$	
б) $K(-11; 22)$	
в) $H(1,5; 2,25)$	
г) $P(-0,3; 0,9)$	

Зависимость объёма куба от его ребра задаётся формулой:
 $y = x^3$.

График этой зависимости называется кубической параболой и изображен на рисунке 25.

Некоторые свойства функции $y = x^3$:

1) Если $x = 0$, то $y = 0$, поэтому график проходит через начало координат.

2) Если $x > 0$, то $y > 0$; если $x < 0$, то $y < 0$; поэтому график функции расположен в первой и третьей координатных четвертях.

3) Противоположным значениям x соответствует противоположные значения y . Значит точки графика, имеющие противоположные абсциссы, расположены симметрично относительно начала координат.

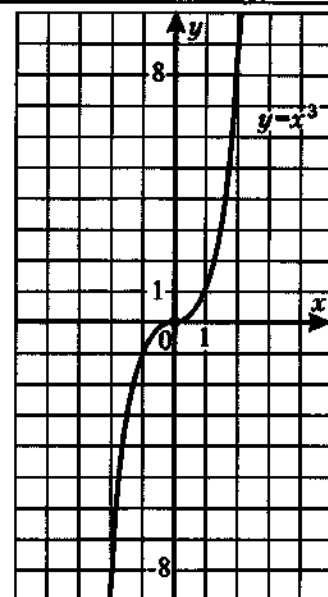


Рис. 25

114. Функция задана формулой $y = x^3$. Заполни таблицу, вычислив соответствующие значения функции:

x	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2
y									

115. Используя данные задания 114, построй график функции $y = x^3$.

116. Используя график функции $y = x^3$, построенный в задании 115, найди:

а) значение y , соответствующее значению $x = -1,4$:
 $y(-1,4) \approx$

б) значение y , соответствующее значению $x = 1,6$:
 $y(1,6) \approx$

в) значение x , которому соответствует $y = 6$:

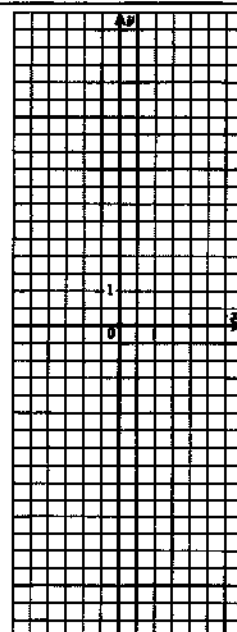


Рис. 26

117. Принадлежит ли графику функции $y = x^3$ точка:	Решение, ответ
а) $A(-3; 27)$	
б) $N\left(-\frac{2}{3}; -\frac{8}{27}\right)$	
в) $B(0,5; 1,25)$	
г) $D(-4; -12)$	

118. В одной и той же системе координат (рис. 27) построй графики функций $y = x^2$ и $y = x^3$, где $x \geq 0$. Пользуясь построенными графиками, сравни:
а) $0,7^2$ и $0,7^3$
б) $1,6^2$ и $1,6^3$
в) $2,1^2$ и $2,1^3$
г) $(-1,5)^2$ и $(-1,5)^3$

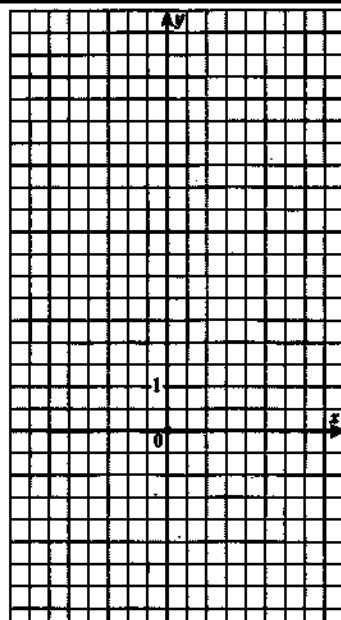
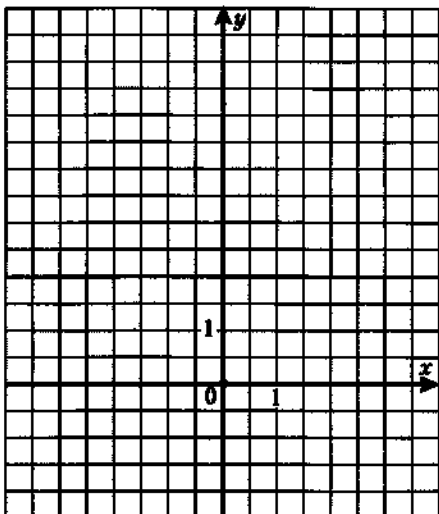
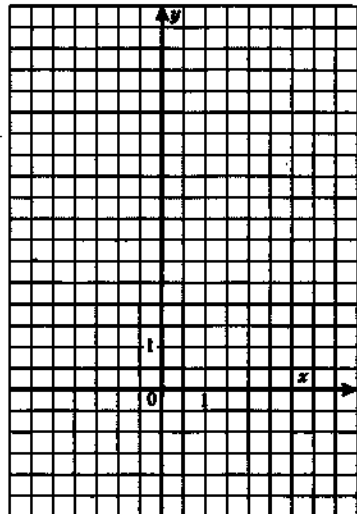


Рис. 27

119. Реши графически уравнение:	
а) $x^2 = x + 2$ 	б) $x^3 - 3x - 2 = 0$ 
Ответ: Рис. 28	Ответ: Рис. 29

Проверочная работа № 4 по теме «Степень с натуральным показателем»

Вариант 1

Часть 1

1. Найди значение степени $\left(1\frac{1}{3}\right)^3$

1) $1\frac{1}{9}$

2) $\frac{64}{27}$

3) 4

4) $4\frac{1}{3}$

2. Какое из выражений является одночленом?

1) $\frac{3a^2}{b}$

2) $a+1$

3) $-\frac{2a^2b^5}{7}$

4) $-\frac{2}{a^5}$

3. Какова степень одночлена $\frac{3}{5}x^6y^2$?

1) 8

2) 12

3) 4

4) 7

4. Представь выражение $125 \cdot 5^9$ в виде степени с основанием 5.

1) 5^{10}

2) 5^{12}

3) 5^6

4) 5^{27}

5. Установи соответствие между выражениями

A) $c^{12} \cdot c^4$

Б) $c^{12} : c^4$

В) $(c^{12})^4$

и их представлениями в виде степени с основанием c .

1) c^3

2) c^{48}

3) c^{16}

4) c^8

Ответ:

А	Б	В

6. Найди значение выражения $\frac{9^5 \cdot 3^6}{27^4}$.

Ответ: _____.

7. Представь одночлен $(-0,5ab^3)^2 \cdot 12a^3b^2$ в стандартном виде и найди его значение при

$a = -6, b = \frac{1}{3}$.

Ответ: _____.

Часть 2

8. Прямоугольный параллелепипед имеет длину a м, ширину b м и высоту c м. Чему равен объём параллелепипеда, у которого длина в 3 раза больше длины первого параллелепипеда, ширина в 6 раз меньше соответствующей ширины, а высота в 5 раз меньше высоты первого параллелепипеда?

9. Реши графически уравнение $x^2 + x - 2 = 0$.

10. Известно, что $p^3 = 3$. Найди значение выражения $\frac{1}{4}p^{12} - 10,25$.

Запиши ответы в таблицу:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Проверь ответы (см. в конце пособия). Если сделал много ошибок – повтори попытку (реши вариант 2).

Вариант 2

Часть 1

1. Найди значение степени $\left(2\frac{2}{5}\right)^2$

1) $4\frac{4}{25}$

2) $4\frac{2}{5}$

3) $\frac{144}{25}$

4) $4\frac{4}{5}$

2. Какое из выражений является одночленом?

1) $b-5$

2) $\frac{3a^4c}{8}$

3) $\frac{6}{n^9}$

4) $-\frac{2}{bc}$

3. Какова степень одночлена $\frac{6}{11}p^9q^3$?

1) 27

2) 12

3) 6

4) 3

4. Представь выражение $3^{12} \cdot 27$ в виде степени с основанием 3.

1) 3^{36}

2) 3^9

3) 3^{14}

4) 3^{15}

5. Установи соответствие между выражениями

А) $m^{15} : m^3$

Б) $m^{15} \cdot m^3$

В) $(m^{15})^3$

и их представлениями с основанием x

1) m^{45}

2) m^{12}

3) m^{18}

4) m^5

Ответ:

А	Б	В

6. Найди значение выражения $\frac{25^6 \cdot 5^7}{125^5}$.

Ответ: _____.

7. Представь одночлен $\left(-\frac{4}{9}cd^2\right)^3 \cdot 15c^2d$ в стандартном виде и найди его значение при $c=3, d=-\frac{1}{2}$.

Ответ: _____.

Часть 2

8. Прямоугольный параллелепипед имеет длину x м, ширину y м и высоту z м. Чему равен объём параллелепипеда, у которого длина в 2 раза больше длины первого параллелепипеда, ширина в 8 раз меньше соответствующей ширины, а высота в 5 раз больше высоты первого параллелепипеда?

9. Реши графически уравнение $x^3 + 4x - 5 = 0$.

10. Известно, что $q^4 = 6$. Найди значение выражения $\frac{1}{5}q^8 - 10,2$.

Запиши ответы в таблицу:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Проверь ответы (см. в конце пособия).

IV. Многочлены

1. Сумма и разность многочленов

Многочленом называется сумма одночленов.

Например, выражения $3x^5y - 2xy^2 + x - y$; $2 + 0,3a - 6b + a - 7 + ab^2$; $p - 1$ являются многочленами.

Одночлены, из которых составлен многочлен, называются **членами** многочлена.

Если многочлен состоит из двух членов, его называют **двучленом**, если из трёх членов – **трёхчленом**. Одночлен считают многочленом, состоящим из одного члена.

Каждый член многочлена $3x^5y - 2xy^2 + x - y$ является одночленом стандартного вида, и этот многочлен не содержит подобных слагаемых. Такие многочлены называют **многочленами стандартного вида**.

Любой многочлен можно привести к стандартному виду. Для этого нужно каждый член многочлена привести к стандартному виду и привести подобные члены.

Например, многочлен

$2 + 0,3a - 6b + a - 7 + ab^2 = (2 - 7) + (0,3a + a) - 6b + ab^2 = -5 + 1,3a - 6b + ab^2$ привели к стандартному виду.

Степенью многочлена стандартного вида называют наибольшую из степеней входящих в него одночленов.

Например, степень многочлена $3x^5y - 2xy^2 + x - y$ равна 6, а степень многочлена $p - 1$ равна 1.

120. Запиши в стандартном виде многочлен:	Решение
а) $7y^5 + 11y^3 + 3 - 15y^5 - 4y^2 + y^3 - 10 =$	
б) $5x^7x + 3x^5x^3 - 6xx^4 - 2x^2x^3 =$	
в) $2xy - 9x^2y^3 + 4x + 5y^3x^2 - 10x + 1 =$	

121. Найди значение многочлена	при:
а) $3x^4 - 5x^3 + 10x^2 - x + 11$	$x = -2$
б) $2x^3 + 7x^2 - 11x + 1 - x^3 - 6x^2 + 12x$	$x = 0,1$
в) $5x^2y - 4xy^2 + 3xy - xy + 5$	$x = -1, y = 2$

122. Найди степень многочлена:	Степень многочлена
а) $2a^4 - 6a^7 + 10a^2 - a + 7$	
б) $a^2b + 3ab^5 + 4a^2b - 3b^5a + 7b$	
в) $5 - 6b$	
г) $ab + bc - ac + 1$	

При сложении и вычитании многочленов пользуются правилами раскрытия скобок, перед которыми стоят знаки «+» или «-»:

если перед скобками стоит знак «+», то опускают скобки и этот знак «+», а члены, стоящие в скобках, записывают с теми же знаками; если перед скобками стоит знак «-», то опускают скобки и этот знак «-», а члены, стоящие в скобках, записывают с противоположными знаками.

Сложение и вычитание многочленов можно выполнить в столбик. Для этого надо записать многочлены один под другим так, чтобы подобные члены стояли друг под другом, и выполнить с ними необходимые действия.

Например, найдём сумму и разность многочленов $4x^3 + x^2 - 5x - 12$ и $-2x^3 - 3x^2 + x + 7$:

Сложение многочленов столбиком	Вычитание многочленов столбиком
$ \begin{array}{r} 4x^3 + x^2 - 5x - 12 \\ + \\ -2x^3 - 3x^2 + x + 7 \\ \hline 2x^3 - 2x^2 - 4x - 5 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 4x^3 + x^2 - 5x - 12 \\ - \\ -2x^3 - 3x^2 + x + 7 \\ \hline 6x^3 + 4x^2 - 6x - 19 \end{array} $

Важно помнить: подобные члены записывают друг под другом!

123. Найди:

а) сумму многочленов $5x^2 - 2x + 1$ и $-7x - 3$	в) разность многочленов $5x^2 - 2x + 1$ и $-7x - 3$
Ответ: _____.	Ответ: _____.
б) сумму многочленов $x^3 + 4x^2 - 6x + 2$ и $-2x^3 + 3x - 9$	г) разность многочленов $x^3 + 4x^2 - 6x + 2$ и $-2x^3 + 3x - 9$
Ответ: _____.	Ответ: _____.

124. Упрости выражение:

Решение

а) $3,1x - (5,8x^2 + 6,3x - 1,5) =$	в) $(x^2y + xy^2 - xy + 1) + (2xy - 5) - (2xy^2 + 3x^2y) =$
б) $(a^3 - 1,4a + 3,8) + (a^2 - 2,5) - (4,2 + 5,3a) =$	г) $(ab - 3a + 6) + (5ab - 2b) - (9 + a - 5b) =$

125. Найди значение выражения

при:

а) $(2xy - x) + (3y - 1) - (xy + 4y) =$	$x = -1, y = 0,2$
б) $(a^2 - b) - (b^2 + a) - ab + 2a + 2b =$	$a = -2, b = -5$

126. Представь выражение в виде суммы каких-либо двучленов:

Решение

а) $5x^3 - 6x^2 - 4x + 3 =$	
б) $11x^2 - 2x + 5 =$	

127. Представь выражение каким-либо способом в виде разности одночлена и двучлена:	Решение
а) $2ab^3 - 4ab + 7 =$	
б) $7x^2 + 5x - 1 =$	

128. Реши уравнение:	
а) $5x - 6 - (3 - 2x) = 5,5$	в) $-9x + (14 + 6x) = 11 - x$
Ответ: _____.	Ответ: _____.
б) $0,3y + 2,6 - (1,2y + 3,5) = 1,8$	г) $3,4y - 4 - (9,4y + 2) = 4y - 3$
Ответ: _____.	Ответ: _____.

Запись $\overline{abc}$ означает число, в котором a сотен, b десятков и c единиц. Это число можно представить в виде многочлена: $\overline{abc} = 100a + 10b + c$.

Например, представим в виде многочлена число:

$$\overline{a0c} = 100a + c, \overline{ab0c} = 1000a + 100b + c.$$

Представим в виде многочлена сумму и разность:

$$\overline{xyz} + \overline{yzx} = (100x + 10y + z) + (100y + 10z + x) = 101x + 110y + 11z;$$

$$\overline{xyz} - \overline{zxy} = (100x + 10y + z) - (100z + 10x + y) = 100x + 10y + z - 100z - 10x - y =$$

$$= 90x + 9y - 99z.$$

129. Представь в виде многочлена и упрости получившуюся сумму или разность:	Решение
а) $\overline{abcd} + \overline{abc} =$	
б) $\overline{abcd} - \overline{bc} =$	
в) $\overline{abcd} + \overline{cb0a} =$	
г) $\overline{abcd} - \overline{d0c} =$	

130. Реши задачу:	Решение
а) Докажи, что сумма трёх последовательных чётных чисел делится на 6.	Пусть меньшее из чётных чисел равно $2n$. Тогда следующие за ним числа – _____. Их сумма: _____.
б) Докажи, что сумма четырёх последовательных нечётных чисел делится на 8.	Пусть меньшее из нечётных чисел равно $2n + 1$. Тогда следующие за ним числа – _____. Их сумма: _____.

2. Произведение одночлена и многочлена

Чтобы умножить одночлен на многочлен, нужно умножить этот одночлен на каждый член многочлена и полученные произведения сложить. Например,

$$-5x^2(3x^4 + x^3 - 8x + 4) = -5x^2 \cdot 3x^4 - 5x^2 \cdot x^3 - 5x^2 \cdot (-8x) - 5x^2 \cdot 4 = -15x^6 - 5x^5 + 40x^3 - 20x^2.$$

131. Выполни умножение:

а) $8a(a^2 - 3a + 1) =$

в) $(4xy^3 - 3x^2y^2 + 5y - x) \cdot (-2,5xy^2) =$

б) $-7c(2c^5 + 4c^3 - 9c) =$

г) $\frac{3}{4}b^3c(8bc^4 - 4b^2c^3 - 1,6bc) =$

132. Представь в виде многочлена:

а) $8a + 3a(4 - a) =$

в) $2a(7b - a) + 3b(b - 5a) =$

б) $5x(x - 1) - 3x(4 - x) =$

г) $4p^2q^2 - p(7pq^2 + p - q) + 2q(p^2q - p) =$

133. Упрости выражение и найди его значение

при:

а) $2x(y + 1) - 3y(x + 2) =$

$x = -3, y = -\frac{1}{6}$

б) $3a - 5(2b - 4) + 7(a + 3b) =$

$a = -0,1, b = -\frac{5}{22}$

134. Реши уравнение:

а) $4x + 2(x - 5) = 3x - 13$

в) $5x(2x - 3) - 2,5x(4x - 5) = 30$

Ответ: _____.

Ответ: _____.

б) $0,5(1 - 4y) - 1,5(6y - 3) - 16 = 0$

г) $12y + 4y(2 - 5y) = 10y(1 - 2y) - 4$

Ответ: _____.

Ответ: _____.

135. Найди корень уравнения:

а) $\frac{x}{3} + \frac{x}{5} = 8$

Ответ: _____.

в) $\frac{3x+5}{4} - \frac{6x-2}{7} = 1$

Ответ: _____.

б) $\frac{5a}{6} = \frac{4a}{9} + 7$

Ответ: _____.

г) $\frac{3y+1}{8} - \frac{7(y-1)}{4} = -y$

Ответ: _____.

136. При каком значении переменной:**Решение**а) значение выражения $-5(3c+8)$ на 10 меньше значения выражения $2-7c$?

Ответ: _____.

б) значение выражения $6,5-5y$ в 3 раза больше значения выражения $4y+1$?

Ответ: _____.

137. Реши задачу:**Решение**

а) Периметр треугольника равен 11 см. Одна сторона в 2 раза меньше другой и на 3 см меньше третьей. Найди меньшую сторону треугольника.

Ответ: _____.

б) Бригада рабочих должна была выполнить заказ за 5 дней. Ежедневно превышая норму на 18 деталей, она за 3,5 дня работы не только выполнила задание, но и изготовила 27 деталей сверх плана. Сколько деталей изготовила бригада?

Ответ: _____.

в)* Число десятков двузначного числа на 1 меньше числа его единиц. Если поменять местами цифры записи этого числа, то новое число будет в 1,2 раза больше первоначального. Найди исходное двузначное число.	Пусть x – число десятков двузначного числа. Тогда число его единиц _____. Само число будет иметь вид _____, А после изменения станет _____. По условию задачи новое число в 1,2 раза больше первоначального, поэтому Ответ: _____.
г)* Сумма цифр двузначного числа равна 13. Если поменять местами цифры записи этого числа, то новое число будет на 27 больше первоначального. Найди исходное двузначное число.	Ответ: _____.

Представление многочлена в виде произведения двух или нескольких многочленов называют разложением многочлена на множители. Если каждый член многочлена имеет общий множитель, то, используя распределительное свойство умножения относительно сложения, его можно вынести за скобки. Такой способ разложения многочлена на множители называется вынесением общего множителя за скобки. Например, $-3a^2b + 15ab^2 - 12a^3b^4 = 3ab(-a) + 3ab(5b) + 3ab(-4a^2b^3) = 3ab(-a + 5b - 4a^2b^3);$ $2x(3-y) + 7y(3-y) = (3-y)(2x+7y);$ $c^2(c-d) + d^3(d-c) = c^2(c-d) - d^3(c-d) = (c-d)(c^2 - d^3).$ Используя этот способ разложения на множители, можно решать несложные уравнения: $x^2 + 3x = 0,$ $x(x+3) = 0,$ $x = 0 \text{ или } x + 3 = 0,$ $x = -3.$ Ответ: - 3; 0.	
--	--

138. Вынеси за скобки общий множитель:	
а) $-4a + 6b =$	в) $15mn - 33m^2 =$
б) $9ay + 12by =$	г) $-x^3y^2 + 3xy^3 =$

139. Представь в виде произведения:	
а) $p^4 + 2p^3 - 3p^2 =$	в) $-y^3 + y^6 - y^9 =$
б) $6a - 9a^2 + a^4 =$	г) $5n^4 - 15n^2 + 20n^6 =$

140. Разложи на множители:	
а) $6x^4 - 12x^3y + xy^2 =$	в) $-14x^2y + 21x^3y^2 + 35x^4y^3 =$
б) $-8a^5 + 4a^3b - 2a^2b^2 =$	г) $9mn - 12m^2n + 21mn^3 =$

141. Найди значение выражения	при:
а) $5,39x - x^2 =$	$x = 4,39$
б) $y^2x + y^3 =$	$x = -8,8, y = -1,2$
в) $-ab - a^2 =$	$a = 2,76, b = 97,24$

142. Реши уравнение:	
а) $6x - x^2 = 0$	в) $3y^2 - 0,2y = 0$
Ответ: _____.	Ответ: _____.
б) $7x^2 + 4x = 0$	г) $\frac{3}{8}y^2 + y = 0$
Ответ: _____.	Ответ: _____.

143. Докажи, что	делится на:
а) $12^3 + 12^4$	13
б) $10^{20} - 100^9$	99
в) $3^{10} - 3^8 + 3^7$	25
г) $125^4 - 5^9 - 25^5$	119

144. Разложи на множители:	
а) $2a(b-3) + c(b-3) =$	г) $5(d+4) - (d+4)^2 =$
б) $(x^2+2) - y(x^2+2) =$	д) $(x-y)^2 - 2(y-x) =$
в) $p(q-7) + q(7-q) =$	е) $-(2b+c) - 5(2b+c)^2 =$

**Проверочная работа № 5 по теме «Действия над многочленами»
(сложение, вычитание, умножение на одночлен)»**

Вариант 1

Часть 1

1. Какие из выражений $A = \frac{1}{7}x^5 + 2xy^3$, $B = \frac{8}{a} + 5cd$, $C = \frac{3xy^2 - x^2y}{4}$, $D = \frac{-a^5 + ab}{c^2}$ являются многочленами?

- 1) А и В 2) А, В и С 3) В и D 4) А и С

2. Преобразуй разность многочленов $3x^2 - 7x + 9$ и $7x^2 - 5$ в многочлен стандартного вида.

- 1) $3x^2 - 4$ 2) $4x^2 - 7x + 4$ 3) $-4x^2 - 7x + 14$ 4) $-4x^2 - 7x + 4$

3. Выполни умножение $2a^3(3a - 8a^2 + a^5)$.

- 1) $5a^4 - 6a^5 + 3a^8$ 2) $6a^4 - 16a^5 + 2a^8$ 3) $6a^3 - 16a^6 + 2a^{15}$ 4) $5a^3 - 10a^6 + 3a^{15}$

4. Разложи на множители многочлен $12a^4b^2 - 18a^2b^5$.

- 1) $12a^2b^2(a^2 - 6b^3)$ 2) $6a^4b^5(2b^3 - 3a^2)$ 3) $6a^2b^2(2a^2 - 3b^3)$ 4) $10a^2b^2(2a^2 - 8b^3)$

5. Установи соответствие между многочленами

- А) $5x^3 + 2x^4 - 6x^6 + 1$ Б) $xy^2 + x^2y^2 - x^4y$ В) $4x + 5y$

и их степенью

- 1) 2 2) 1 3) 5 4) 6

Ответ:

А	Б	В

6. Реши уравнение $2x + 5x^2 = 0$.

Ответ: _____.

7. Найди значение многочлена $3 - 20xy^2$ при $x = \frac{1}{5}$, $y = -\frac{1}{2}$.

Ответ: _____.

Часть 2

8. Докажи, что $7^3 - 7^2 + 7$ кратно 43.

9. Реши уравнение $\frac{2x-3}{5} = \frac{x+8}{3} - 2$.

10. Реши задачу:

В двух баках было 140 л воды. Когда из первого бака взяли 26 л, а из второго – 60 л, то в первом баке осталось в 2 раза больше воды, чем во втором. Сколько литров воды было в каждом баке первоначально?

Запиши ответы в таблицу:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Проверь ответы (см. в конце пособия). Если сделал много ошибок – повтори попытку (реши вариант 2).

Часть 1

1. Какие из выражений $A = \frac{3a+2b^3}{c^2}$, $B = -\frac{5}{6}c^3d + \frac{cd}{2}$, $C = \frac{6}{5a-4b}$, $D = \frac{2xy+3x^3}{-5}$ являются многочленами?

- 1) A и B 2) A , B и C 3) B и C 4) B и D

2. Преобразуй разность многочленов $6a^2 - 4a + 3$ и $3a - 5$ в многочлен стандартного вида.

- 1) $6a^2 - a - 2$ 2) $6a^2 - 7a + 8$ 3) $6a^2 - 7a - 2$ 4) $3a^2 - 4a + 8$

3. Выполни умножение $3x^2(5x^3 - 2x^2 + 1)$.

- 1) $8x^5 - x^4 + 4x^2$ 2) $15x^6 - 6x^4 + 3x^2$ 3) $15x^5 - 6x^4 + 3x^2$ 4) $8x^5 - x^4 + 3x^2$

4. Разложи на множители многочлен $25m^5n^3 - 35m^2n^7$.

- 1) $5m^2n^3(5m^3 - 7n^4)$ 2) $25m^2n^3(m^3 - 10n^4)$ 3) $5m^5n^7(5n^3 - 7m^2)$ 4) $25m^5n^7(m^3 - 10n^4)$

5. Установи соответствие между многочленами

- А) $3c - 4d$ Б) $5a^2b + 2ab^3 - a^5b^2$ В) $7a + a^2 - 5a^5 - a^2$

и их степени

- 1) 3 2) 1 3) 7 4) 5

Ответ:

А	Б	В

6. Реши уравнение $4y^2 - 3y = 0$.

Ответ: _____.

7. Найди значение многочлена $8 - 45a^2b$ при $a = -\frac{1}{3}$, $y = \frac{1}{5}$.

Ответ: _____.

Часть 2

8. Докажи, что $11^3 + 11^2 - 11$ кратно 131.

9. Реши уравнение $\frac{5x-1}{3} = \frac{2x-3}{4} + 1$.

10. Реши задачу:

В первом бидоне было на 5 л молока больше, чем во втором. После того как из первого бидона перелили во второй 8 л молока, во втором бидоне молока стало в 2 раза больше, чем осталось в первом. Сколько литров молока было в каждом бидоне первоначально?

Запиши ответы в таблицу:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Проверь ответы (см. в конце пособия).

3. Произведение многочленов

Произведение двух многочленов можно представить в виде многочлена:

$$(a+b)(c+d) = a(c+d) + b(c+d) = ac + ad + bc + bd.$$

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

Чтобы умножить многочлен на многочлен, нужно каждый член одного многочлена умножить на каждый член другого многочлена и полученные произведения сложить.

Например,

$$\begin{aligned}(5a+3b)(2a^2-9ab+b^2) &= 10a^3 - 45a^2b + 5ab^2 + 6a^2b - 27ab^2 + 3b^3 = \\ &= 10a^3 - 39a^2b - 22ab^2 + 3b^3.\end{aligned}$$

Древнегреческий математик Евклид (III в. до н. э.) в своём трактате «Начала» доказывал справедливость равенства

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

с помощью чертежа (рис. 30): площадь прямоугольника со сторонами $a+b$ и $c+d$ равна сумме площадей прямоугольников, на которые он разбивается двумя отрезками (ac , ad , bc , bd).

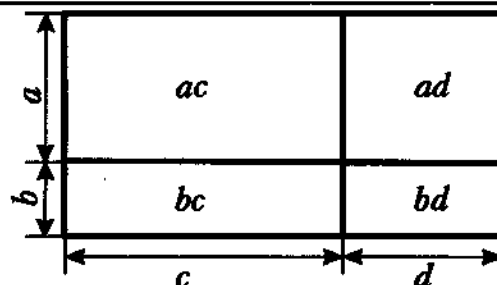


Рис. 30

Умножение многочленов удобно выполнять столбиком. При этом в промежуточном действии сложении многочленов необходимо записывать подобные члены друг под другом.

Найдём произведение многочленов $5a+3b$ и $2a^2-9ab+b^2$:

$$\begin{array}{r} 2a^2 - 9ab + b^2 \\ \times \quad 5a + 3b \\ \hline 10a^3 - 45a^2b + 5ab^2 \\ + \quad 6a^2b - 27ab^2 + 3b^3 \\ \hline 10a^3 - 39a^2b - 22ab^2 + 3b^3 \end{array}$$

145. Выполни умножение:

а) $(k+l)(m+n) =$

д) $(1-6a)(8-a) =$

б) $(x-y)(a+b) =$

е) $(5x+3)(2-3x) =$

в) $(a+3)(b-5) =$

ж) $(4n-5)(2n+7) =$

г) $(-a+b)(-5-b) =$

з) $(7k-3)(2-3k) =$

146. Упрости выражение:

а) $(a^2+b)(a+b^2) =$

г) $(4x^2-3x)(x+6) =$

б) $(3m^2-n)(m^2+6n^2) =$

д) $(c-8)(5c^3+3c^2) =$

в) $(2x^2+y^2)(5x^2-y^2) =$

е) $(3x-2x^4)(7x-9) =$

147. Замени степень произведением, а затем произведение преобразуй в многочлен:

а) $(a+5)^2 =$

в) $(4x-3)^2 =$

б) $(1-2c)^2 =$

г) $(6-5y)^2 =$

148. Запиши в виде многочлена:

а) $(a^2 - 3ab + b^2)(a+b) =$

в) $(x-3)(x^2 - 5x + 2) =$

б) $(p^2 - 4pq + q^2)(p-2q) =$

г) $(4-5n)(n^2 - 2n - 8) =$

149. Упрости выражение:

а) $a^2(a+2)(a-7) =$

в) $(b+3)(b+2)(b+1) =$

б) $-5x^2(x+1)(3-x) =$

г) $(y-2)(y-1)(y+4) =$

150. Докажи тождество:

а) $(a+5)(a-9) = a^2 - 4a - 45$

б) $(x+3)(x-1) - 2 = (x-2)(x+4) + 3$

151. Упрости выражение:

а) $a^2 + (3-a)(a-7) =$

в) $(m+n)(m-3) - (m-n)(m+3) =$

б) $(2x+7)(3-4x) + 22x =$

г) $(a-1)(a-2) - (a+b)(a-b) =$

б) Длина детской площадки прямоугольной формы на 5 м больше её ширины. Длину площадки увеличили на 2 м, а ширину на 5 м, при этом её площадь увеличилась на 280 м ² . Найдите площадь новой детской площадки.	Пусть x м – Тогда Ответ: _____.
в) Велосипедист проехал в первый день 0,3 всего пути. Во второй день он проехал $\frac{3}{7}$ остатка и в третий день оставшиеся 40 км. Найди длину всего пути.	Пусть x км – Ответ: _____.

Произведение двух многочленов можно представить в виде многочлена:

$$(a+b)(c+d) = a(c+d) + b(c+d) = ac + ad + bc + bd.$$

Если рассмотреть эту цепочку равенств в обратном направлении (с конца в начало), то получится разложение многочлена $ac + ad + bc + bd$ на множители:

$$ac + ad + bc + bd = a(c+d) + b(c+d) = (a+b)(c+d).$$

Этот способ разложения многочлена на множители называется **способом группировки**.

Например, $2a - 2b + ac - bc = 2(a-b) + c(a-b) = (a-b)(2+c);$

$$x^2 - 5x + 6 = x^2 - 2x - 3x + 6 = x(x-2) - 3(x-2) = (x-2)(x-3).$$

155. Представь в виде произведения многочленов выражение:

а) $a(x+y) + 7x + 7y =$

д) $a^3 - a^2 + a - 1 =$

б) $p(m-n) + 3m - 3n =$

е) $x^3 - 5x^2 + 2x - 10 =$

в) $5a + ax + 5b + bx =$

ж) $13a - ab + 13b - a^2 =$

г) $mx - 4nx + 2my - 8ny =$

з) $xz - xy - x^2 + yz =$

156. Разложи на множители многочлен:

а) $ax + ay + 2bx + 2by - 3cx - 3cy =$

б) $5x^2 + 5y^2 - 3tx^2 - 3ty^2 + pqx^2 + pqy^2 =$

157. Разложи на множители трёхчлен:

а) $x^2 + 4x + 3 =$

в) $a^2 - a - 12 =$

б) $x^2 - 7x + 12 =$

г) $b^2 - 3b - 10 =$

158. Разложи на множители

и найди значение выражения при:

а) $3x^3 - x^2 - 3xy + y =$

$x = \frac{1}{3}$

б) $8x^2 - y - 4xy + 2x =$

$x = 3,5, y = -0,5$

159. Реши уравнение:

а) $x(x+2) - 3x - 6 = 0$

б) $x^2 - 5x + 5 - x = 0$

Ответ: _____.

Ответ: _____.

**Проверочная работа № 6 по теме «Умножение многочленов,
разложение многочлена на множители»**

Вариант 1

Часть 1

1. Выполни умножение $(a+3)(a-2)$

- 1) $a^2 - 6$ 2) $a^2 - 5a - 6$ 3) $a^2 - 5a + 6$ 4) $a^2 + a - 6$

2. Представь в виде многочлена стандартного вида выражение $(y+4)(y^2-3y+5)$

- 1) $y^3 - 12y + 5$ 2) $y^3 + y^2 - 7y + 20$ 3) $y^3 - 7y^2 + 7y + 20$ 4) $y^3 - y^2 - 17y + 20$

3. Разложи на множители $10x - 10y + ax - ay$

- 1) $(10-a)(x+y)$ 2) $(10+a)(x+y)$ 3) $(10+a)(x-y)$ 4) $10(x-y+a)$

4. Упрости выражение $(3y-2)(5-6y)+18y^2$

- 1) $36y^2 + 27y - 6$ 2) $36y^2 - 10$ 3) $9y^2 + 27y - 6$ 4) $27y - 6$

5. Установи соответствие между выражениями

- A) $(3-2x)^2$ Б) $3^2 - 2x^2$ В) $3^2 - (2x)^2$

и их названиями

- 1) разность квадратов 3 и $2x$
2) квадрат разности 3 и $2x$
3) квадрат разности 3 и x
4) разность квадрата числа 3 и удвоенного квадрата числа x

Ответ:

А	Б	В

6. Реши уравнение $(x-4)(x+3) = 2x + x^2$.

Ответ: _____.

7. Найди значение многочлена $2a^3 - 5a^2 - 2ab + 5b$ при $a = 2,5$.

Ответ: _____.

Часть 2

8. Реши уравнение $x^2 + 2x - 6x - 12 = 0$.

9. Разложи на множители трёхчлен $a^2 + 6a + 8$.

10. Длина прямоугольника на 12 см больше его ширины. Если длину увеличить на 3 см, а ширину – на 2 см, то площадь прямоугольника увеличится на 80 см^2 . Найди длину и ширину исходного прямоугольника.

Запиши ответы в таблицу:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Проверь ответы (см. в конце пособия). Если сделал много ошибок – повтори попытку (реши вариант 2).

Часть 1

1. Выполни умножение $(2a+1)(4a-3)$

- 1) $8a^2+2a-3$ 2) $8a^2-2a-3$ 3) $8a^2-3$ 4) $8a^2+2a+3$

2. Представь в виде многочлена стандартного вида выражение $(2b+1)(1-5b+3b^2)$

- 1) $6b^3-5b+1$ 2) $6b^3+7b^2+2b+1$ 3) $6b^3-7b^2+2b+1$ 4) $3b^2-10b+1$

3. Разложи на множители $2-cx-x+2c$

- 1) $(1+c)(2+x)$ 2) $(1-c)(2-x)$ 3) $2(c-x+1)$ 4) $(1+c)(2-x)$

4. Упрости выражение $(6y-a)(2y+a)-12y^2$

- 1) $24y^2+4ay+a^2$ 2) $4ay-a^2$ 3) $8ay-a^2$ 4) $4ay+a^2$

5. Установи соответствие между выражениями

- А) $5^3-(3y)^3$ Б) 5^3-3y^3 В) $(5-3y)^3$

и их названиями

- 1) разность куба числа 5 и $3y$
 2) разность куба числа 5 и утроенного куба y
 3) разность кубов числа 5 и $3y$
 4) куб разности числа 5 и $3y$

Ответ:

А	Б	В

6. Реши уравнение $(x+2)(x+3)-(x-6)(x+2)=0$.

Ответ: _____.

7. Найди значение многочлена $2a^2+3ab+3b^2+2ab$ при $a=2,5$, $b=-0,5$.

Ответ: _____.

Часть 2

8. Реши уравнение $2x^2-2x+6-6x=0$.

9. Разложи на множители трёхчлен $c^2-3c-18$.

10. Если у квадрата одну сторону уменьшить на 2 м, а другую на 4 м, то его площадь уменьшится на 70 м^2 . Найди сторону квадрата.

Запиши ответы в таблицу:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Проверь ответы (см. в конце пособия).

V. Формулы сокращённого умножения

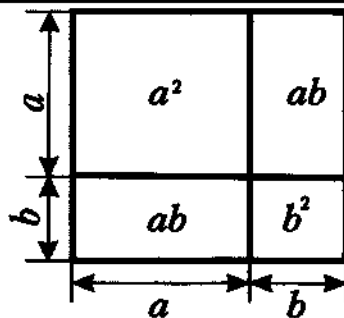
1. Квадрат суммы и квадрат разности

Иногда умножение многочленов можно выполнить короче, воспользовавшись формулами сокращённого умножения.

Формула квадрата суммы:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

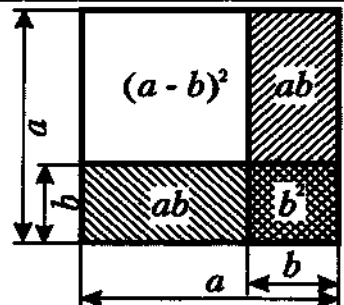
– квадрат суммы двух выражений равен квадрату первого выражения плюс удвоенное произведение первого и второго выражений плюс квадрат второго выражения.



Формула квадрата разности:

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

– квадрат разности двух выражений равен квадрату первого выражения минус удвоенное произведение первого и второго выражений плюс квадрат второго выражения.



Например, $(3x+5)^2 = (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 5 + 5^2 = 9x^2 + 30x + 25$;

$$(4a-7b)^2 = (4a)^2 - 2 \cdot 4a \cdot 7b + (7b)^2 = 16a^2 + 56ab + 49b^2.$$

Формулы квадрата суммы и квадрата разности применяют для разложения на множители выражений вида $a^2 + 2ab + b^2$ и $a^2 - 2ab + b^2$:

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2; \quad a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2.$$

Например,

$$4x^2 + 20xy + 25y^2 = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 5y + (5y)^2 = (2x+5y)^2 \text{ – представили в виде квадрата суммы;}$$

$$p^2 - 6p + 9 = p^2 - 2 \cdot 3 \cdot p + 3^2 = (p-3)^2 = (p-3)(p-3) \text{ – разложили на множители.}$$

160. Проверь справедливость формулы квадрата суммы $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, выполнив умножение $(a+b)(a+b)$ столбиком:

Проверь справедливость формулы квадрата разности $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, выполнив умножение $(a-b)(a-b)$ столбиком:

161. Представь в виде многочлена выражение:

а) $(m+n)^2 =$

д) $(k+0,3)^2 =$

б) $(p-t)^2 =$

е) $(12-n)^2 =$

в) $(a+4)^2 =$

ж) $(c+30)^2 =$

г) $(7-b)^2 =$

з) $\left(\frac{1}{2}-y\right)^2 =$

162. Преобразуй в многочлен выражение:	
а) $(6x+5)^2 =$	д) $(-x+8)^2 =$
б) $\left(9b-\frac{1}{3}c\right)^2 =$	е) $\left(-\frac{1}{4}-2p\right)^2 =$
в) $(0,4a+0,5b)^2 =$	ж) $(-n+3)^2 =$
г) $(15x-0,2y)^2 =$	з) $(-0,5x-40y)^2 =$

163. Выполни возведение в квадрат:	
а) $(x^3-6)^2 =$	в) $(5x+y^5)^2 =$
б) $(3-2c^2)^2 =$	г) $(-8p+0,1q^4)^2 =$

164. Упрости выражение:	
а) $(3a-2)^2 - 4 =$	г) $p^2q^4 - (6-pq^2)^2 =$
б) $(5x+4y)^2 - 40xy =$	д) $t^2 + 81 - (t-9)^2 =$
в) $144 - (12-0,3c)^2 =$	е) $c^8 - 16 - (c^4+4)^2 =$

165. Упрости выражение:	и найди его значение при:
а) $(3x+7)^2 - 10x(0,9x+1,2) =$	$x = -1,3$
б) $(0,2a+5)^2 - (0,2a-5)^2 =$	$a = -3,5$

166. Используя формулу квадрата суммы или формулу квадрата разности, вычисли:	
а) $41^2 = (40+1)^2 =$	д) $202^2 =$
б) $48^2 = (50-2)^2 =$	е) $499^2 =$
в) $71^2 =$	ж) $10,1^2 =$
г) $99^2 =$	з) $9,8^2 =$

167. Докажи тождество:

а) $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$

б) $(10n+5)^2 = 100n(n+1) + 25$

168. Используя тождество $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$, преобразуй в многочлен:

а) $(x+2y+1)^2 =$

в) $(0,5b+4c-d)^2 =$

б) $(3p-5q+2)^2 =$

г) $\left(x^2 - 6y^3 - \frac{2}{3}\right)^2 =$

169. Используя равенство $(10n+5)^2 = 100n(n+1) + 25$, вычисли:
(Например, $75^2 = 100 \cdot 7 \cdot 8 + 25 = 5625$)

а) $35^2 =$

в) $85^2 =$

б) $55^2 =$

г) $125^2 =$

170. Реши уравнение:

а) $(x-4)^2 - x^2 = 12$

в) $25y^2 - 1 - (5y-2)^2 = 0$

Ответ: _____.

Ответ: _____.

б) $(x+3)^2 - x(x-4) = -6$

г) $y + (4y+7)^2 = 2y(8y+11)$

Ответ: _____.

Ответ: _____.

171. Замени знак ... одночленом так, чтобы получившееся равенство было тождеством:

а) $(\dots + b)^2 = 9a^2 + 6ab + b^2$

в) $(1,5x + \dots)^2 = 2,25x^2 + 18xy + 36y^2$

б) $(4c - \dots)^2 = 16c^2 - 56cd + 49d^2$

г) $(0,2a - 8)^2 = 0,04a^2 + 64 - \dots$

172. Представь трёхчлен в виде квадрата двучлена:

а) $4 + 4a + a^2 =$

в) $9c^2 + 24cd + 16d^2 =$

б) $p^2 - 18p + 81 =$

г) $25a^2 - 4ab + 0,16b^2 =$

173. Представь трёхчлен в виде произведения двух одинаковых множителей:

а) $36x^2 - 12x + 0,01 =$

в) $0,09a^2 - 0,2ab + \frac{1}{9}b^2 =$

б) $4y^2 + 28y + 49 =$

г) $1,44c^2 + 12cd + 25d^2 =$

174. Поставь вместо знака ... такой одночлен, чтобы трёхчлен можно было представить в виде квадрата двучлена:

а) $\dots + 20a + 25$

в) $4c^2 + \dots + \frac{9}{16}d^2$

б) $t^2 - 18t + \dots$

г) $9a^2 + 0,64b^2 - \dots$

175. Найди значение выражения

при:

а) $0,25x^2 - 4x + 16 =$

$x = -12$

б) $64x^2 + 16x + 0,01 =$

$x = -0,2$

176. Сравни с нулём значение выражения (поставь вместо многоточия знак $\leq$ или $\geq$):

а) $81x^2 - 36x + 4 \dots 0$

б) $-25a^2 + 2ab - 0,04b^2 \dots 0$

177. Разложи на множители трёхчлен:

а) $a^6 + 6a^3b^2 + 9b^4 =$

б) $0,16x^{12} - 0,4x^6y^5 + \frac{1}{4}y^{10} =$

2*. Куб суммы и куб разности

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Куб суммы двух выражений равен кубу первого выражения плюс утроенное произведение квадрата первого выражения на второе плюс утроенное произведение первого выражения на квадрат второго плюс куб второго выражения.

Например, $(2x+3)^3 = (2x)^3 + 3 \cdot (2x)^2 \cdot 3 + 3 \cdot 2x \cdot 3^2 + 3^3 = 8x^3 + 36x^2 + 54x + 27.$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Куб разности двух выражений равен кубу первого выражения минус утроенное произведение квадрата первого выражения на второе плюс утроенное произведение первого выражения на квадрат второго минус куб второго выражения.

Например, $(5a-1)^3 = (5a)^3 - 3 \cdot (5a)^2 \cdot 1 + 3 \cdot 5a \cdot 1^2 - 1^3 = 125a^3 - 75a^2 + 15a - 1$

178. а) Проверь справедливость формулы куба суммы $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$, выполнив умножение столбиком: $(a+b)^2(a+b) = (a^2 + 2ab + b^2)(a+b) =$	б) Проверь справедливость формулы куба разности $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$, выполнив умножение столбиком: $(a-b)^2(a-b) = (a^2 - 2ab + b^2)(a-b) =$

179. Преобразуй в многочлен выражение:	
а) $(m+n)^3 =$	д) $(4b+3c)^3 =$
б) $(p-q)^3 =$	е) $(2a-5)^3 =$
в) $(3+b)^3 =$	ж) $(x^2+y^5)^3 =$
г) $(k-4)^3 =$	з) $(5k^3-l^7)^3 =$

180. Упрости выражение:	
а) $(2m+1)^3 - (2m-1)^3 =$	
б) $(c-3d)^3 + 12cd(c-3d) =$	

181. Запиши в виде выражения:	
а) разность кубов n и $3m$	
б) квадрат суммы $5p$ и 7	
в) удвоенное произведение 2 и $9c$	
г) произведение суммы x^3 и $4y$ и их разности	

182. Докажи тождество:	
а) $(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$	б) $(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$

3. Разность квадратов

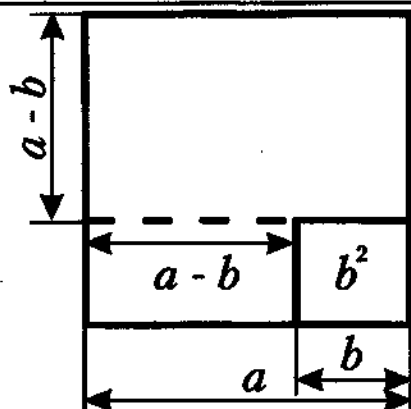
$$(a-b)(a+b)=a^2-b^2$$

— произведение разности двух выражений и их суммы равно разности квадратов этих выражений.

Например, $(2x-3y)(2x+3y)=(2x)^2-(3y)^2=4x^2-9y^2$;

$(7a^3-5b^4)(7a^3+5b^4)=(7a^3)^2-(5b^4)^2=49a^6-25b^8$.

С помощью рисунка покажи справедливость формулы разности квадратов. Продолжи цепочку равенств: $a^2-b^2=$



183. Выполни умножение:

а) $(m+n)(m-n)=$

д) $(a^2-9)(a^2+9)=$

б) $(2p-1)(1+2p)=$

е) $(2x+y^3)(y^3-2x)=$

в) $(3s+4t)(4t-3s)=$

ж) $(3n^4-4k^3)(4k^3+3n^4)=$

г) $(5k-7l)(5k+7l)=$

з) $(1,2p^5+0,7q)(1,2p^5-0,7q)=$

184. Замени знак ... одночленом так, чтобы получившееся равенство было тождеством:

а) $(5x+...)(5x-...)=25x^2-4y^2$

в) $(0,2a+...)(...-0,2a)=\frac{9}{16}b^6-0,04a^2$

б) $(...-6d)(6d+...)=49c^2-36d^2$

г) $121u^4-81v^{10}=(...+11u^2)(11u^2-...)$

185. Найди значение выражения:

а) $(50+1)(50-1)=$

в) $196 \cdot 204 =$

б) $42 \cdot 38 =$

г) $2,03 \cdot 1,97 =$

186. Представь в виде многочлена:

а) $(m+n)(-m+n)=$

в) $(-3xy+8)(3xy-8)=$

б) $(-a-2b)(a-2b)=$

г) $(t^3-5s)(5s-t^3)=$

187. Упрости выражение:

а) $(m+2n)(m-2n)(m^2+4n^2)=$

б) $-5a(0,1a-b^2)(b^2+0,1a)=$

в) $(0,2x^3+7)(0,2x^3-7)+0,96x^3=$

г) $3p(5p+2)-(4p-1)(4p+1)=$

188. Решите уравнение:

а) $(4x-5)(4x+5)-8x(2x+3)=-1$

б) $10y-4y(5+9y)=(7-6y)(6y+7)$

Ответ: _____.

Ответ: _____.

Тождество $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ называют **формулой разности квадратов** и применяют для разложения на множители разности квадратов двух выражений.

Например, разложим на множители выражения:

$$25x^2 - 36 = (5x)^2 - 6^2 = (5x-6)(5x+6);$$

$$81a^4 - 16b^6 = (9a^2)^2 - (4b^3)^2 = (9a^2 - 4b^3)(9a^2 + 4b^3).$$

189. Разложи на множители многочлен:

а) $y^2 - z^2 =$

д) $x^4 - 36y^6 =$

б) $81 - t^2 =$

е) $a^2b^8 - 0,01 =$

в) $4p^2 - 0,25 =$

ж) $1,44y^2 - 25x^4 =$

г) $9k^2 - 0,01n^2 =$

з) $9c^2d^{12} - 0,0016 =$

190. Представь в виде произведения:

а) $\frac{4}{25} - 9t^4 =$

в) $-0,36d^2 + \frac{9}{169}c^{14} =$

б) $a^2b^2 - 81c^4 =$

г) $0,0001 - 25x^{20} =$

191. Найди значение выражения:

а) $61^2 - 51^2 =$

д) $0,768^2 - 0,232^2 =$

б) $6,2^2 - 7,2^2 =$

е) $\frac{31}{18^2 - 13^2} =$

в) $\left(6\frac{3}{4}\right)^2 - \left(3\frac{1}{4}\right)^2 =$

ж) $\frac{48^2 - 27^2}{150} =$

г) $579^2 - 421^2 =$

з) $\frac{34^2 - 16^2}{22^2 - 14^2} =$

192. Реши уравнение:

а) $x^2 - 0,16 = 0$

Ответ: _____.

в) $0,81 - 25y^2 = 0$

Ответ: _____.

б) $4x^2 - 9 = 0$

Ответ: _____.

г) $49 - 4a^2 = 0$

Ответ: _____.

193. Представь в виде произведения:

а) $(a+5)^2 - 9 =$

б) $36 - (x-4)^2 =$

в) $(3m+7)^2 - 25 =$

г) $0,81 - (2c+0,1)^2 =$

д) $(9c-5d)^2 - 64c^2 =$

е) $a^2 - (2b-3a)^2 =$

ж) $(p-q)^2 - (p+q)^2 =$

з) $(4m+5n)^2 - (4m-5n)^2 =$

**Проверочная работа № 7 по теме «Квадрат двучлена.
Разность квадратов»**

Вариант 1

Часть 1

1. Преобразуй выражение $(0,5+2a)^2$ в многочлен

- 1) $0,25+4a^2$ 2) $0,25+4a+4a^2$ 3) $0,25+2a+4a^2$ 4) $0,25+2a+2a^2$

2. Выполни умножение $(6+b^2)(b^2-6)$

- 1) $36-b^4$ 2) b^4-36 3) b^4-12b^2+36 4) b^4+36

3. Разложи на множители $64x^2-y^8$

- 1) $(8x-y^4)^2$ 2) $(8x-y^2)(8x+y^2)$ 3) $(8x-y)(8x+y)$ 4) $(8x-y^4)(8x+y^4)$

4. Преобразуй в многочлен выражение $9c^2-(4-3c)^2$

- 1) $18c^2-16$ 2) $24c-16$ 3) $18c^2-24c-16$ 4) -16

5. Установи соответствие между выражениями

- А) $(4a-7)^2$ Б) $(4a)^2-7^2$ В) $(4a-7)^3$

и их названиями

- 1) разность квадратов $4a$ и 7 3) куб разности $4a$ и 7
2) разность кубов $4a$ и 7 4) квадрат разности $4a$ и 7

Ответ:

А	Б	В

6. Найди значение выражения $(x+9)^2-(x-3)(x+3)$ при $x=-\frac{1}{9}$.

Ответ: _____.

7. Вычисли наиболее удобным способом 262^2-260^2 .

Ответ: _____.

Часть 2

8. Реши уравнение $0,04x^2-25=0$.

9. Разложи на множители $0,81a^2-(5b-0,1a)$.

10. При каком значении p квадрат разности $2p$ и 3 меньше разности квадратов $2p$ и 3 на 6 ?

Запиши ответы в таблицу:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Проверь ответы (см. в конце пособия). Если сделал много ошибок – повтори попытку (реши вариант 2).

Часть 1

1. Преобразуй выражение $(3b-0,2)^2$ в многочлен

- 1) $9b^2-0,04$ 2) $9b^2-1,2b+0,04$ 3) $9b^2-0,6b+0,04$ 4) $3b^2-1,2b+0,04$

2. Выполни умножение $(x^4+5)(5-x^4)$

- 1) $25-x^8$ 2) x^8-10x^4+25 3) x^8-25 4) x^8+25

3. Разложи на множители $121a^2-b^{12}$

- 1) $(11a-b^4)(11a+b^4)$ 2) $(11a-b^6)(11a+b^6)$ 3) $(11a-b^2)(11a+b^2)$ 4) $(11a-b^6)^2$

4. Преобразуй в многочлен выражение $49x^2-(8-7x)^2$

- 1) $98x^2-64$ 2) $98x^2+64$ 3) $98x^2-112x-64$ 4) $112x-64$

5. Установи соответствие между выражениями

- А) $(3p)^3+4^3$ Б) $(3p+4)^3$ В) $(3p+4)^2$

и их названиями

- 1) квадрат суммы $3p$ и 4 3) сумма квадратов $3p$ и 4
2) сумма кубов $3p$ и 4 4) куб суммы $3p$ и 4

Ответ:

А	Б	В

6. Найди значение выражения $(a-5)(a+5)-(a+4)^2$ при $a=0,125$.

Ответ: _____.

7. Вычисли наиболее удобным способом 436^2-564^2 .

Ответ: _____.

Часть 2

8. Реши уравнение $\frac{1}{4}x^2-0,09=0$.

9. Разложи на множители $\frac{16}{25}x^2-(7y-0,2x)$.

10. При каком значении m разность квадратов $6m$ и 1 меньше квадрата разности $6m$ и 1 на 8 ?

Запиши ответы в таблицу:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Проверь ответы (см. в конце пособия).

4. Сумма и разность кубов

Для разложения на множители суммы кубов используется тождество

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2),$$

которое называется **формулой суммы кубов**.

Сумма кубов двух выражений равна произведению суммы этих выражений и неполного квадрата их разности.

Например, разложим на множители:

$$125c^3 + 27d^3 = (5c)^3 + (3d)^3 = (5c + 3d)(25c^2 - 15cd + 9d^2).$$

Для разложения на множители разности кубов используется тождество

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2),$$

которое называется **формулой разности кубов**.

Разность кубов двух выражений равна произведению разности этих выражений и неполного квадрата их суммы.

Например, разложим на множители:

$$\frac{1}{8}x^3 - 64y^3 = \left(\frac{1}{2}x\right)^3 - (4y)^3 = \left(\frac{1}{2}x - 4y\right)\left(\frac{1}{4}x^2 + 2xy + 16y^2\right).$$

194. а) Проверь справедливость формулы суммы кубов $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$, выполнив умножение столбиком: $(a^2 - ab + b^2)(a + b)$	б) Проверь справедливость формулы разности кубов $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$, выполнив умножение столбиком: $(a^2 + ab + b^2)(a - b)$

195. а) Используя формулу куба суммы $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$, разложи на множители сумму кубов.	б) Используя формулу куба разности $(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$, разложи на множители разность кубов.
$a^3 + b^3 =$	$a^3 - b^3 =$

196. Разложи на множители многочлен:	
а) $p^3 + q^3 =$	д) $8c^3 + 0,001d^3 =$
б) $m^3 - n^3 =$	е) $b^3 - \frac{1}{125}a^3 =$
в) $64 + x^3 =$	ж) $\frac{8}{27}a^3 + 1 =$
г) $z^3 - 0,027 =$	з) $-0,064p^3 + q^3 =$

197. Представь в виде произведения:

а) $n^6 + 1 =$	д) $x^3 y^3 + 8 =$
б) $0,125 - z^{12} =$	е) $1 - a^3 b^6 =$
в) $-27 + t^9 =$	ж) $m^3 n^9 + p^6 =$
г) $-x^6 - y^6 =$	з) $125000 - a^6 =$

198. Докажи, что значение выражения:

а) $739^3 - 139^3$	делится на 600
б) $68^3 + 31^3$	делится на 99

5. Преобразование целых выражений

Выражения, составленные из чисел и переменных с помощью действий сложения, вычитания и умножения, называют **целыми выражениями**.

Например, $5, 1x^2y + 3 - 2,7y^5; \frac{1}{3}abc^8; 2cd(c-d) + \frac{c(c+3)}{5} - 1$ – целые выражения.

Выражение $x + \frac{xy}{x+2} - y^2$ не является целым, так как содержит деление на выражение с переменной.

Любое целое выражение можно представить в виде многочлена.

Например, представим в виде многочлена выражение

$$(2-a)(3-a) + (a+1)^2 = 6 - 2a - 3a + a^2 + a^2 + 2a + 1 = 2a^2 - 3a + 7.$$

199. Является ли целым выражение:

$7a^5b^3 + 1$	$\frac{x^2}{6} - 0,6$	$\frac{p}{p-q} + 2q$	$2c - \frac{1}{5}(9 - c^3)$	$\frac{2t+5}{3} - 1$

200. Преобразуй в многочлен:

а) $5(a-b)^2 - 5a(a-b) =$	в) $(2p-3q)(2p+3q) - (3p-2q)(3p+2q) =$
б) $(3+c)^2 + 2(c+3)(1-c) =$	г) $(x+5)(2x-1) - 4(3-x)^2 =$

201. Упрости выражение:

а) $(b+2)(2-b)(4-b^2)-(b^2-4)^2 =$

б) $(x-3)^3 + 3x(x-5) - 13 =$

202. Реши уравнение:

а) $(x-1)x(x+1)-x(x^2+3)=10$

Ответ: _____.

б) $(2y-5)^2 - 2(2y+1)(y-4) = 3$

Ответ: _____.

Для разложения многочленов на множители применяют различные способы: вынесение общего множителя за скобки, группировку, формулы сокращённого умножения. Иногда можно последовательно применить несколько способов.

Например, разложим на множители выражение

$$4b^3 - 100bc^2 = 4b(b^2 - 25c^2) = 4b(b-5c)(b+5c).$$

203. Разложи на множители многочлен:

а) $4a^2 - 4y^2 =$

в) $zx^2 - 9zy^4 =$

б) $cx^2 - cy^2 =$

г) $p^3 - 25p =$

204. Представь в виде произведения:

а) $t^4 - 0,0081 =$

в) $5x^2 + 30x + 45 =$

б) $1 - c^8 =$

г) $2xy^2 - 20xy + 50x =$

205. Разложи на множители:

а) $a^2 - 4b^2 - a - 2b =$

в) $x^2 + 10x + 25 - y^2 =$

б) $3p+q+9p^2-q^2 =$

г) $a^2 - 4ab + 4b^2 - 0,09 =$

206. Решите уравнение:

а) $x^3 - 4x = 0$

Ответ: _____.

б) $3x^4 - \frac{3}{25}x^2 = 0$

Ответ: _____.

Вариант 1

Часть 1

1. Какие из выражений $A = 5mn + \frac{1}{3}m^2$, $B = \frac{2x}{x+1}$, $C = 9 - \frac{4}{a}$, $D = \frac{5t^3}{6}$ являются целыми?

- 1) A и B 2) A и C 3) A и D 4) A , B и C

2. Преобразуй в многочлен стандартного вида $2(x-5)^2 - 2x^2$

- 1) $50 - 20x$ 2) $4x^2 - 20x + 50$ 3) 50 4) $20x + 50$

3. Разложи на множители $5a^2 + 30a + 45$

- 1) $5(a+3)(a-3)$ 2) $5(a+3)^2$ 3) $5(a-3)^2$ 4) $(5a+3)^2$

4. Представь в виде произведения $1 - x^3$

- 1) $(1-x)(1-x^2)$ 2) $(1-x)^3$ 3) $(1-x)(1-x+x^2)$ 4) $(1-x)(1+x+x^2)$

5. Установи соответствие между выражениями

- А) $125 - p^3$ Б) $125 - 5p^2$ В) $125 - 50p + 5p^2$

и тождественно равными им выражениями

- 1) $(5-p)^3$ 3) $5(5-p)(5+p)$
2) $5(5-p)^2$ 4) $(5-p)(25+5p+p^2)$

Ответ:

А	Б	В

6. Разложи на множители $(a+6)^2 - 36a^2$.

Ответ: _____.

7. Реши уравнение $x^3 - 25x = 0$.

Ответ: _____.

Часть 2

8. Упрости выражение $(t^3 - 1)^2 - (t^3 - 1)(t^3 + 1)$ и найди его значение при $t = -2$.

9. Представь в виде произведения $x^2 - y^2 - 9y - 9x$.

10. Докажи, что разность квадратов двух последовательных четных чисел делится на 8.

Запиши ответы в таблицу:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Проверь ответы (см. в конце пособия). Если сделал много ошибок – повтори попытку (реши вариант 2).

Часть 1

1. Какие из выражений $A = 3a - \frac{5}{b^2}$, $B = \frac{2}{7}x^4y^6$, $C = \frac{8}{9-c^3}$, $D = \frac{4p-q}{7}$ являются целыми?

- 1) B и C 2) B и D 3) B , C и D 4) только B

2. Преобразуй в многочлен стандартного вида $5(x+y)^2 - 10xy$

- 1) $5x^2 - 20xy + 5y^2$ 2) $5x^2 - 10xy + 5y^2$ 3) $5x^2 + 5y^2$ 4) $5x^2 - 5y^2$

3. Разложи на множители $75x^2 - 90x + 27$

- 1) $3(5x+3)(5x-3)$ 2) $3(5x+3)^2$ 3) $5(3x-7)^2$ 4) $3(5x-3)^2$

4. Представь в виде произведения $b^3 + 8$

- 1) $(b^2+4)(b-2)$ 2) $(b+2)^3$ 3) $(b+2)(b^2-2b+4)$ 4) $(b+2)(b^2+2b+4)$

5. Установи соответствие между выражениями

- А) $y^3 - 27$ Б) $3y^2 - 18y + 27$ В) $3y^2 - 27$

и тождественно равными им выражениями

- 1) $3(y-3)^3$ 3) $(y-3)(y^2+9)$
2) $(y-3)(y^2+3y+9)$ 4) $3(y-3)(y+3)$

Ответ:

А	Б	В

6. Разложи на множители $(b-7)^2 - 9b^2$.

Ответ: _____.

7. Реши уравнение $36y - y^3 = 0$.

Ответ: _____.

Часть 2

8. Упрости выражение $(c-2)^2(c+2) - (c+2)(c-2)$ и найди его значение при $c = -3$.

9. Представь в виде произведения $p^2 - q^2 - 5p + 5q$.

10. Докажи, что выражение $m(m+2)^2 - (m+2)(m^2 - 2m + 4)$ при любом целом m делится на 4.

Запиши ответы в таблицу:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Проверь ответы (см. в конце пособия).

1. Линейные уравнения с двумя переменными и их системы

Линейным уравнением с двумя переменными называется уравнение вида $ax + by = c$, где x и y – переменные, a , b и c – некоторые числа.

Например, $2x - 3y = -1$; $-x - 9y = 0$; $5x = 7$; $-3y = 0,4$ – линейные уравнения с двумя переменными.

Решением уравнения с двумя переменными называется пара значений переменных, обращающая это уравнение в верное равенство.

Так, решением уравнения $-x - 9y = 0$ является пара $x = -9$, $y = 1$. Решением этого уравнения будет также пара $x = 8,1$, $y = -0,9$. Перечисленные пары чисел записывают короче: $(-9; 1)$, $(8,1; -0,9)$.

Уравнения с двумя переменными, имеющие одни и те же решения, называют **равносильными**. Уравнения с двумя переменными, не имеющие решений, также считают **равносильными**.

Свойства уравнений с двумя переменными такие же, как и у уравнений с одной переменной: если в уравнении перенести слагаемое из одной части в другую, изменив его знак, то получится уравнение, **равносильное** данному;

если обе части уравнения умножить или разделить на одно и то же отличное от нуля число, то получится уравнение, **равносильное** данному.

Воспользуемся этими свойствами для выражения переменной y через x из уравнения $3x - 5y = 2$: $-5y = 2 - 3x$, $y = 0,6x - 0,4$ – уравнение, **равносильное** исходному.

Если $x = 0$, то $y = 0,6 \cdot 0 - 0,4 = -0,4$;
если $x = -2$, то $y = 0,6 \cdot (-2) - 0,4 = -1,2 - 0,4 = -1,6$;
если $x = 5$, то $y = 0,6 \cdot 5 - 0,4 = 3 - 0,4 = 2,6$.

Пары чисел $(0; -0,4)$, $(-2; -1,6)$, $(5; 2,6)$ являются решениями уравнения $3x - 5y = 2$. Это уравнение имеет **бесконечное множество решений**.

207. Является ли уравнение с двумя переменными линейным:

а) $5x - 2y = -15$	б) $3x + y^2 = 8$	в) $\frac{1}{3}x - 10y = 0$	г) $6x - xy = 21$	д) $\frac{2}{x+y} = 3$

208. Является ли решением уравнения $2x - y = 1$ пара чисел:

а) $x = 5$, $y = 9$	б) $x = -3$, $y = -5$	в) $x = 0,5$, $y = -2$	г) $x = \frac{1}{4}$, $y = -\frac{1}{2}$	д) $x = \frac{5}{7}$, $y = \frac{3}{7}$

209. Составь какое-либо уравнение, решением которого служит пара чисел:

а) $x = -2$, $y = 3,5$	б) $x = 25$, $y = -\frac{2}{5}$

210. Из уравнения $2x - 5y = -17$ вырази:

а) переменную x через y	б) переменную y через x

211. Выразив переменную y через x , найди три каких-либо решения уравнения:

а) $5x - y = 11$

б) $4x + 3y = -12$

212. Реши задачу в натуральных числах:

Решение

а) Из двухрублёвых и пятирублёвых монет составлена сумма в 25 рублей. Сколько было взято двухрублёвых монет?

Пусть было взято m двухрублёвых и n пятирублёвых монет. Тогда

Ответ: _____.

б) Петя купил карандаши по 5 р. и ручки по 8 р. Сколько ручек купил Петя, если известно, что за всю покупку он заплатил 49 р.?

Ответ: _____.

Графиком уравнения с двумя переменными называется множество всех точек координатной плоскости, координаты которых являются решениями этого уравнения.

Графиком линейного уравнения с двумя переменными $ax + by = c$, в котором хотя бы один из коэффициентов a или b отличен от нуля, является прямая.

Построим график уравнения $3x - 2y = 4$.

Найдём координаты двух точек графика:

x	0	2
y	-2	1

Отметим точки $A(0; -2)$ и $B(2; 1)$ в координатной плоскости и проведём через них прямую (рис. 33). Прямая AB – график уравнения $3x - 2y = 4$.

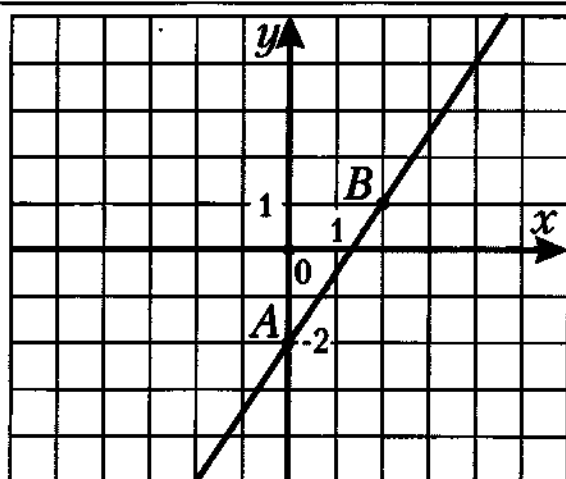


Рис. 33

Если в уравнении $ax + by = c$ коэффициенты $a = b = 0$, то уравнение имеет вид: $0x + 0y = c$.

При $c = 0$ любая пара чисел является решением этого уравнения, а его графиком – вся координатная плоскость.

При $c \neq 0$ уравнение не имеет решений и его график не содержит ни одной точки.

213. Принадлежит ли графику уравнения $3x - 5y = -9$ точка:

а) $A(2; -3)$

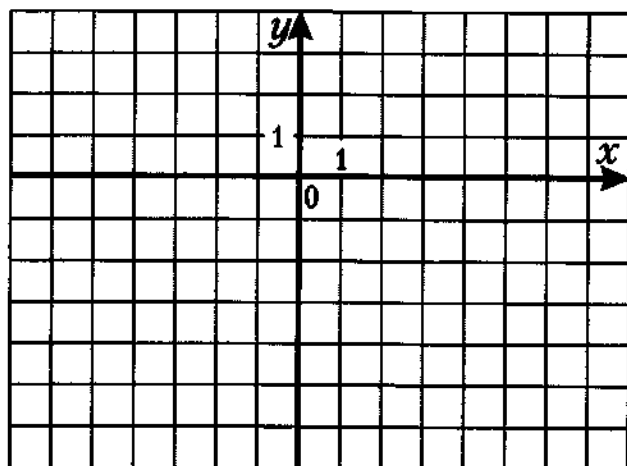
б) $B(2; 3)$

в) $C(5; 2)$

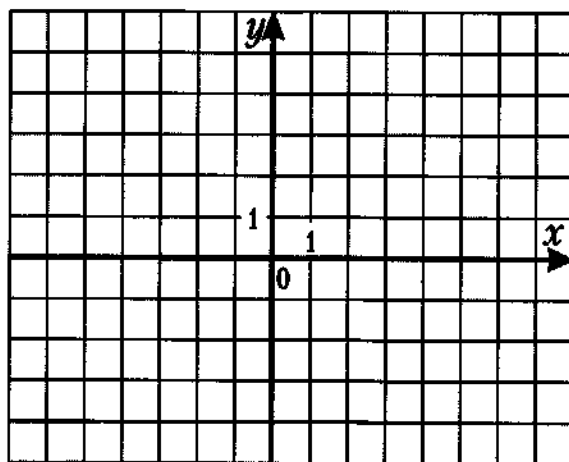
г) $M(-6; -1,8)$

214. Построй график уравнения:

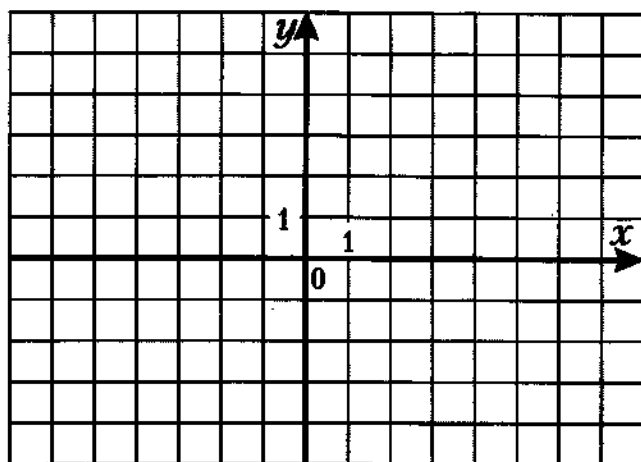
а) $3x - y = 5$



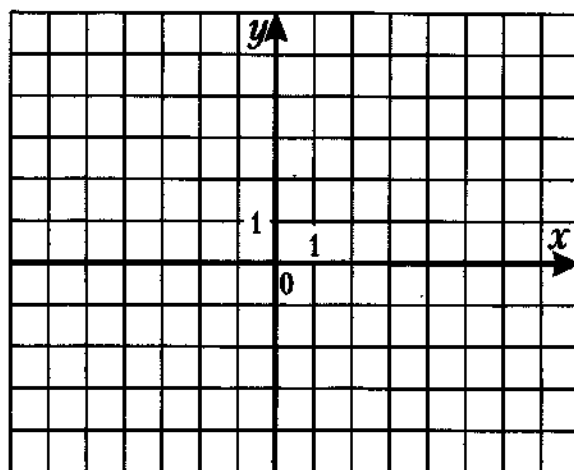
в) $x + 5y = 0$



б) $0,5x + 2y = 1$



г) $2,6x = -6,5$



215. Реши задачу:

а) На прямой, являющейся графиком уравнения $2x - 7y = 3$, взята точка, абсцисса которой равна 5. Найди ординату этой точки.

Ответ: _____.

б) Известно, что ордината некоторой точки прямой, являющейся графиком уравнения $5x + 4y = -23$, равна -2 . Найди абсциссу этой точки.

Ответ: _____.

Решение

2. Решение систем линейных уравнений

Если необходимо найти общие решения двух линейных уравнений с двумя переменными, то говорят, что требуется решить систему уравнений.

Решением системы уравнений с двумя переменными называется пара значений переменных, обращающая каждое уравнение системы в верное равенство.

Решить систему уравнений – значит найти все её решения или доказать, что решений нет.

Графический способ решения систем линейных уравнений с двумя переменными

Решим систему линейных уравнений с двумя переменными $\begin{cases} x + y = 6, \\ 3x - y = -2 \end{cases}$ с помощью графиков уравнений.

Построим в координатной плоскости графики уравнений системы.

Прямая AB – график первого уравнения, прямая CD – график второго уравнения (рис. 35).

Графики пересекаются в точке $M(1; 5)$. Значит, система имеет единственное решение:

$$x = 1, y = 5.$$

Ответ: $(1; 5)$.

Заметим, что графический способ позволяет находить решения лишь приближённо.

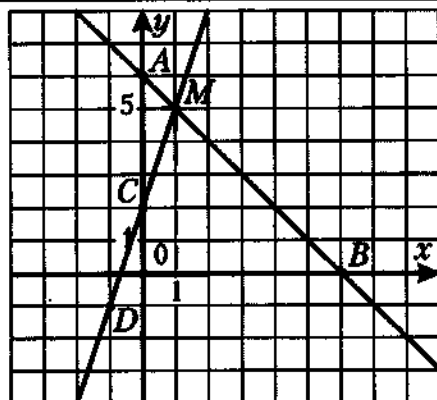


Рис. 35

Рассмотрим системы двух линейных уравнений с двумя переменными, в каждом из которых хотя бы один из коэффициентов при переменных x и y отличен от нуля. С помощью графиков этих уравнений можно выяснить, имеет ли система решения и если имеет, то сколько.

Графиками уравнений системы являются прямые. Если эти прямые пересекаются, то система имеет единственное решение; если прямые параллельны, то система не имеет решений; если прямые совпадают, то решений бесконечно много.

Пример 1. Выясним, сколько решений имеет система уравнений $\begin{cases} 3x - 5y = 14, \\ 2x + y = -6. \end{cases}$

Выразим y через x из каждого уравнения системы: $\begin{cases} y = 0,6x - 2,8, \\ y = -2x - 6. \end{cases}$

Угловые коэффициенты прямых, являющихся графиками соответствующих линейных функций, различны. Значит, эти прямые пересекаются, и система имеет **единственное решение**.

Пример 2. Выясним, сколько решений имеет система уравнений $\begin{cases} 3x - 5y = 14, \\ 6x - 10y = -12. \end{cases}$

Выразим y через x из каждого уравнения системы: $\begin{cases} y = 0,6x - 2,8, \\ y = 0,6x + 1,2. \end{cases}$

Угловые коэффициенты прямых, являющихся графиками соответствующих линейных функций, равны, а точки пересечения с осью y различны. Значит, эти прямые параллельны, и система **не имеет решений**.

Пример 3. Выясним, сколько решений имеет система уравнений $\begin{cases} 3x - 5y = 14, \\ 6x - 10y = 28. \end{cases}$

Выразим y через x из каждого уравнения системы: $\begin{cases} y = 0,6x - 2,8, \\ y = 0,6x - 2,8. \end{cases}$

Графики уравнений совпадают. Это означает, что любая пара чисел $(x_0; 0,6x_0 - 2,8)$ является решением системы. Система имеет **бесконечно много решений**.

216. Является ли решением системы уравнений $\begin{cases} 3x - y = 4, \\ 7x + 2y = 5 \end{cases}$ пара чисел:

а) $x = -2, y = -10$

б) $x = 1, y = -1$

Ответ: _____.

Ответ: _____.

217. Является ли пара чисел $a = \frac{1}{2}, b = -4$ решением системы уравнений:

а) $\begin{cases} 4a - 3b = 14, \\ 5a + 2b = -6,5. \end{cases}$

Ответ: _____.

б) $\begin{cases} -3a + 5b = -21,5, \\ 8a - 7b = 32. \end{cases}$

Ответ: _____.

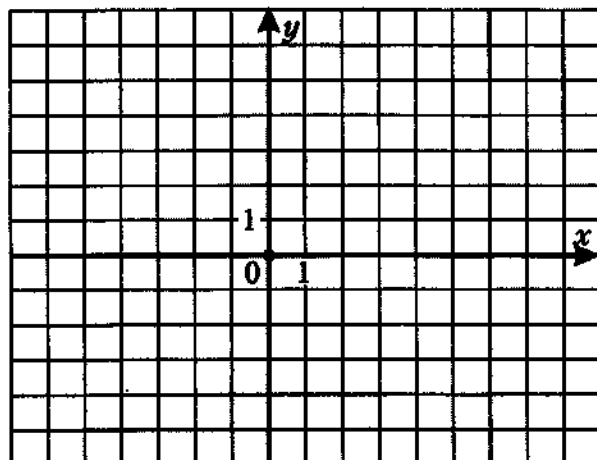
218. Составь какую-либо систему линейных уравнений с переменными x и y , решением которой служит пара чисел:

а) $x = -5, y = 1$

б) $x = 2, y = 0$

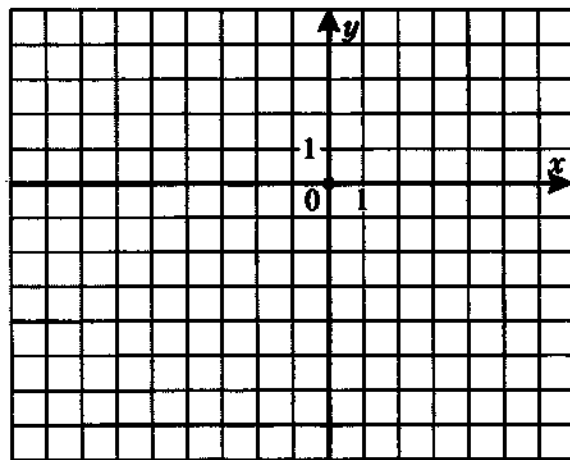
219. Реши графически систему уравнений:

а) $\begin{cases} 2x + y = 7, \\ 4x - y = 5. \end{cases}$



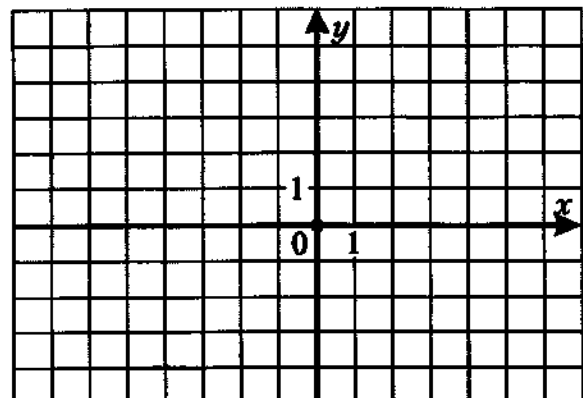
Ответ: _____.

б) $\begin{cases} x - y = -1, \\ x + 4y = -16. \end{cases}$



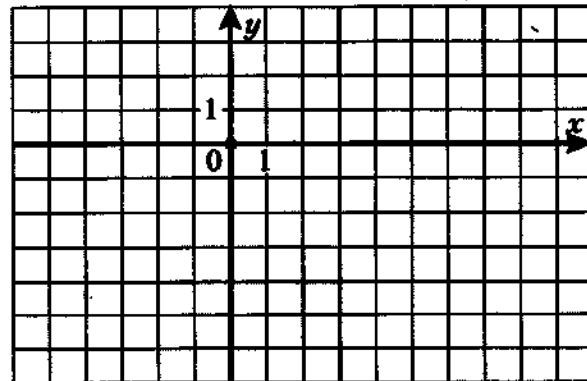
Ответ: _____.

б) $\begin{cases} 2x + 3y = 0, \\ x - 3y = -9. \end{cases}$



Ответ: _____.

г) $\begin{cases} x - 2y = 6, \\ 3x + 4y = 8. \end{cases}$



Ответ: _____.

220. Выясни, имеет ли решения система уравнений и сколько:

а) $\begin{cases} 2x + 4y = 3, \\ 3x - y = 5. \end{cases}$

Ответ: _____.

в) $\begin{cases} 5x - y = 8, \\ 10x - 2y = 4. \end{cases}$

Ответ: _____.

б) $\begin{cases} 5x - y = 8, \\ 6x - 2y = 5. \end{cases}$

Ответ: _____.

г) $\begin{cases} 5x - y = 8, \\ 10x - 2y = 16. \end{cases}$

Ответ: _____.

Системы уравнений с двумя переменными, имеющие одни и те же решения, называются **равносильными**. Системы, не имеющие решений, также считают равносильными.

При решении систем линейных уравнений **способом подстановки**:

- 1) выражают из какого-нибудь уравнения системы одну переменную через другую;
- 2) подставляют полученное выражение этой переменной в другое уравнение;
- 3) решают получившееся уравнение с одной переменной;
- 4) находят соответствующее значение второй переменной.

Пример 1. Решим систему уравнений $\begin{cases} 3x - y = 1, \\ 2x + y = -6. \end{cases}$ способом подстановки.

Решение. Выразим из первого уравнения системы y через x и подставим это выражение вместо y во второе уравнение системы: $\begin{cases} y = 3x - 1, \\ 2x + 3x - 1 = -6. \end{cases}$

Решим второе уравнение с одной переменной x :

$$5x = -5,$$

$$x = -1.$$

Подставим найденное значение x в первое уравнение и найдем соответственное значение y :

$$y = 3 \cdot (-1) - 1 = -4.$$

Таким образом, пара чисел $x = -1, y = -4$ является решением данной системы уравнений.

Ответ: $(-1; -4)$.

Пример 2. Решим систему уравнений $\begin{cases} 2x + 3y = 5, \\ 3x - 2y = 1. \end{cases}$ способом подстановки.

Решение.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 5, \\ 3x - 2y = 1; \end{cases} \begin{cases} x = 2,5 - 1,5y, \\ 3(2,5 - 1,5y) - 2y = 1; \end{cases} \begin{cases} x = 2,5y - 1,5, \\ 7,5 - 4,5y - 2y = 1, \end{cases} \begin{cases} x = 2,5y - 1,5, \\ -6,5y = -6,5, \end{cases} \begin{cases} x = 1, \\ y = 1. \end{cases}$$

Ответ: $(1; 1)$.

221. Реши систему уравнений:

а)
$$\begin{cases} x + y = 5, \\ 2x - 3y = 0. \end{cases}$$

Ответ: _____.

в)
$$\begin{cases} 4x - 7y = 3, \\ 2x + 5y = -7. \end{cases}$$

Ответ: _____.

б)
$$\begin{cases} 2x - y = 7, \\ 3x + 4y = -17. \end{cases}$$

Ответ: _____.

г)
$$\begin{cases} 3x + 5y = 3, \\ 5x - 3y = -22. \end{cases}$$

Ответ: _____.

222. Не выполняя построения, найди координаты точки пересечения графиков уравнений:

а) $6x - 7y = -23$ и $-4x + 3y = 17$.

Ответ: _____.

б) $3x - 5y = 11$ и $-15x + 8y = -21$.

Ответ: _____.

223. Найди решение системы уравнений:

а)
$$\begin{cases} 2(x + 3) - 4 = 7 - 3x, \\ 5(x - y) + 3y = 11. \end{cases}$$

Ответ: _____.

б)
$$\begin{cases} 4(x + y) - y = 7, \\ 8(y - 2x) - 52 = 2y - 5x. \end{cases}$$

Ответ: _____.

224. Решите систему уравнений:

$$а) \begin{cases} \frac{x}{5} + \frac{y}{2} = 4, \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{6} = -7. \end{cases}$$

Ответ: _____.

$$б) \begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 6, \\ x + \frac{2y}{3} = 5. \end{cases}$$

Ответ: _____.

При решении систем линейных уравнений способом сложения переходят от данной системы к другой, равносильной ей системе, в которой одно из уравнений содержит только одну переменную. При этом:

- 1) умножают почленно уравнения системы, подбирая множители так, чтобы коэффициенты при одной из переменных стали противоположными числами;
- 2) складывают почленно левые и правые части уравнений системы;
- 3) решают получившееся уравнение с одной переменной;
- 4) находят соответствующее значение второй переменной.

Заметим, что если коэффициенты при одной из переменных являются противоположными числами, то решение сразу начинают с почленного сложения уравнений.

Пример 1. Решим систему уравнений $\begin{cases} x - y = 4, \\ x + y = 10. \end{cases}$ способом сложения.

Решение. В уравнениях этой системы коэффициенты при y – противоположные числа. Сложим почленно левые и правые части уравнений. Получим уравнение с одной переменной: $2x = 14$, $x = 7$. Подставив это значение x в уравнение $x + y = 10$, найдём y : $y = 3$.

Ответ: $(7; 3)$.

Пример 2. Решим систему уравнений $\begin{cases} 3x - 5y = 4, \\ 2x + y = -6. \end{cases}$ способом сложения.

Решение. Если умножить все члены второго уравнения на 5, то коэффициенты при y станут противоположными числами: $\begin{cases} 3x - 5y = 4, \\ 10x + 5y = -30; \end{cases}$ $\begin{cases} 3x - 5y = 4, \\ 10x + 5y = -30; \end{cases}$ $\begin{cases} 13x = -26, \\ y = -2x - 6; \end{cases}$ $\begin{cases} x = -2, \\ y = -2. \end{cases}$

Ответ: $(-2; -2)$.

Пример 3. Решим систему уравнений $\begin{cases} 3x + 4y = 10, \\ 5x - 7y = 44. \end{cases}$ способом сложения.

Решение. Подберём множители к уравнениям системы так, чтобы после умножения на них коэффициенты при x стали противоположными числами. Умножив первое уравнение на 5, а второе на -3 , получим: $\begin{cases} 15x + 20y = 50, \\ -15x + 21y = -132; \end{cases}$ $\begin{cases} 41y = -82, \\ 3x + 4y = 10; \end{cases}$ $\begin{cases} y = -2, \\ 3x + 4 \cdot (-2) = 10; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 6, \\ y = -2. \end{cases}$

Ответ: $(6; -2)$.

225. Реши систему уравнений:

а)
$$\begin{cases} 4x - 5y = 17, \\ 6x + 5y = 13. \end{cases}$$

Ответ: _____.

в)
$$\begin{cases} x + 3y = 13, \\ 7x - 4y = -34. \end{cases}$$

Ответ: _____.

б)
$$\begin{cases} 3x - 2y = 3, \\ 3x + 8y = -27. \end{cases}$$

Ответ: _____.

г)
$$\begin{cases} 6x + 5y = 14, \\ 12x - 7y = 62. \end{cases}$$

Ответ: _____.

226. Найди решение системы уравнений:

а)
$$\begin{cases} 9x - 4y = -35, \\ 3x + 14y = 19. \end{cases}$$

Ответ: _____.

в)
$$\begin{cases} 11a - 5b = 60, \\ 2a + 3b = 7. \end{cases}$$

Ответ: _____.

б)
$$\begin{cases} 6x + 13y = -23, \\ -4x + 26y = -54. \end{cases}$$

Ответ: _____.

г)
$$\begin{cases} 0,3u + 0,7v = 0, \\ 0,2u - 0,5v = -2,9. \end{cases}$$

Ответ: _____.

227. Составь уравнение вида $y = kx + b$, график которого проходит через точки:

а) $A(7; 4)$ и $B(-3; 14)$.

Ответ: _____.

б) $M(-4; 9)$ и $N(6; 4)$.

Ответ: _____.

228. График линейной функции пересекает оси координат в точках A и B .
Задай эту функцию формулой.

а) $A(4; 0)$ и $B(0; 2)$.

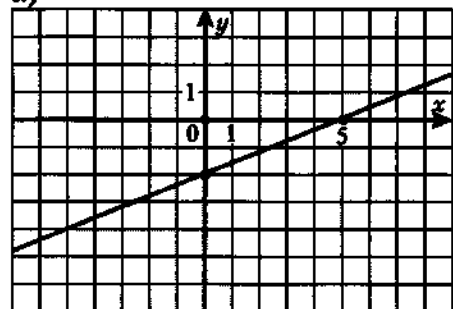
Ответ: _____.

б) $A(-3; 0)$ и $B(0; 9)$.

Ответ: _____.

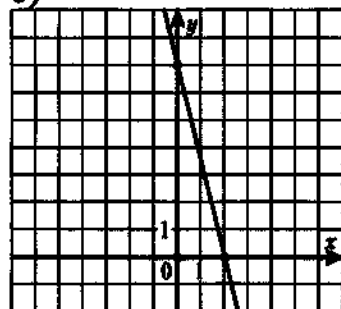
229. Задай формулой линейную функцию, график которой изображён на рисунке:

а)



Ответ: _____.

б)



Ответ: _____.

230. Реши систему уравнений:

а)
$$\begin{cases} 3(x+2y)+15=2x-1, \\ x+2(x-5y)=-43. \end{cases}$$

Ответ: _____.

в)
$$\begin{cases} 0,5(x-4y)-16=x+3y, \\ 4(x+3y)+39=\frac{1}{3}(6x+y). \end{cases}$$

Ответ: _____.

б)
$$\begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = 1, \\ 4x - 0,5y = -11. \end{cases}$$

Ответ: _____.

г)
$$\begin{cases} \frac{3}{4}x - \frac{2}{3}y = -5, \\ 5(x-2)+30=3-y. \end{cases}$$

Ответ: _____.

231. Имеет ли решения система уравнений и сколько:

а)
$$\begin{cases} 7x-2y=5, \\ -14x+4y=10. \end{cases}$$

Ответ: _____.

б)
$$\begin{cases} 3x+8y=-6, \\ -15x-40y=30. \end{cases}$$

Ответ: _____.

3. Решение задач с помощью систем линейных уравнений

При решении задач с помощью систем линейных уравнений поступают следующим образом:

- 1) обозначают некоторые неизвестные числа буквами и, используя условие задачи, составляют систему уравнений;
- 2) решают эту систему;
- 3) истолковывают этот результат в соответствии с условиями задачи.

Задача 1. Разность двух чисел равна 16, а их сумма равна 26. Найди эти числа.

Решение. Пусть x – первое число, y – второе число. Тогда

$$\begin{cases} x-y=16, \\ x+y=26; \end{cases} \begin{cases} 2x=42, \\ y=26-x; \end{cases} \begin{cases} x=21, \\ y=5. \end{cases}$$

Ответ: 21 и 5.

Задача 2. За 4 блокнота и 3 карандаша заплатили 95 р., а за 2 блокнота и 5 карандашей – 65 р. Сколько стоит 1 блокнот и 1 карандаш?

Решение. Пусть x р. стоит 1 блокнот, y р. – 1 карандаш. Тогда

$$\begin{cases} 4x+3y=95, \\ 2x+5y=65; \end{cases} \begin{cases} 4x+3y=95, \\ -4x-10y=-130; \end{cases} \begin{cases} -7y=-35, \\ x=\frac{1}{2}(65-5y); \end{cases} \begin{cases} y=5, \\ x=20. \end{cases}$$

Ответ: блокнот стоит 20 р., карандаш – 5 р.

232. Реши задачу, составив систему уравнений:	Решение
а) Разность сторон прямоугольника равна 20 см, а его периметр – 80 см. Найди стороны прямоугольника.	Пусть x см и y см – стороны прямоугольника. Тогда Ответ: _____.
б) Если длину данного прямоугольника увеличить на 3 м, а ширину уменьшить на 1 м, то площадь прямоугольника не изменится. Не изменится площадь и в том случае, если длину уменьшить на 3 м, а ширину увеличить на 2 м. Найди стороны данного прямоугольника.	Пусть Ответ: _____.

233. Реши задачу, составив систему уравнений:	Решение
а) Брат старше сестры на 5 лет, а вместе им 27 лет. Сколько лет каждому?	Пусть Ответ: _____.

239* . Реши задачу, составив систему уравнений:	Решение
а) В одном баке было 28 л бензина, а в другом – 42 л. Если первый бак долить доверху из второго бака, то второй бак станет наполненным наполовину. Если второй бак дополнить доверху из первого бака, то в нём останется только четвертая часть объёма. Найди объём каждого бака.	Пусть Ответ: _____.
б) Если к числителю и знаменателю несократимой дроби прибавить по 1, то получится $\frac{1}{2}$, а если вычесть из них по 1, то получится $\frac{1}{4}$. Найди эту дробь.	Пусть Ответ: _____.

а) В одном баке было 28 л бензина, а в другом – 42 л. Если первый бак долить доверху из второго бака, то второй бак станет наполненным наполовину. Если второй бак дополнить доверху из первого бака, то в нём останется только четвертая часть объёма. Найдите объём каждого бака.

Пусть

Ответ: _____

б) Если к числителю и знаменателю несократимой дроби прибавить по 1, то получится $\frac{1}{2}$, а если вычесть из них по 1, то получится $\frac{1}{4}$. Найди эту дробь.

Пусть

Ответ: _____

Вариант 1

Часть 1

1. Какие из уравнений

A) $5x - 9y + 1 = 0$; B) $2xy + 3y = 0,4$; C) $4 - \frac{7}{8}x + \frac{2}{3}y = 0$; D) $3x - \frac{9}{y} = -6$
являются линейными?

- 1) A и C 2) A и D 3) A, B и C 4) B и C

2. Какая из пар чисел является решением системы уравнений $\begin{cases} 2x + y = -5, \\ x - 3y = 29? \end{cases}$

- 1) (1; -7) 2) (-5; 5) 3) (2; -9) 4) (23; -2)

3. Из линейного $4x - 3y = -2$ уравнения вырази y через x .

- 1) $y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$ 2) $y = -\frac{3}{4}x - \frac{1}{2}$ 3) $y = -1\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$ 4) $y = 1\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$

4. График какого линейного уравнения изображён на рисунке 38?

- 1) $x - 3y = -2$
2) $3x + y = -2$
3) $3x - y = 2$
4) $3x - y = -2$

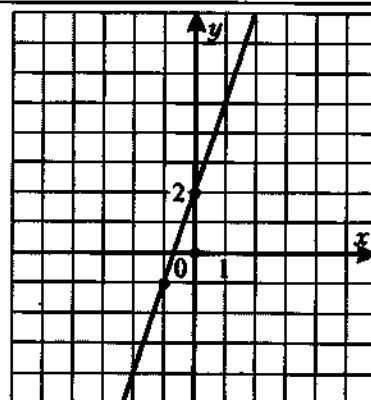


Рис. 38

5. Точка с абсциссой - 6 принадлежит графику уравнения $7x - 2y = -12$. Найди ординату этой точки.

Ответ: _____.

6. Реши систему уравнений $\begin{cases} x - y = -5, \\ 2x + 5y = 4. \end{cases}$

Ответ: _____.

7. Установи соответствие между системами уравнений

A) $\begin{cases} x - 3y = -4, \\ 2x + 6y = -8. \end{cases}$ Б) $\begin{cases} x - 3y = -4, \\ 2x - 6y = 9. \end{cases}$ В) $\begin{cases} x - 3y = -4, \\ 2x - 6y = -8. \end{cases}$

и числом их решений:

1) единственное решение 2) два решения 3) бесконечно много решений 4) нет решений

Ответ:

А	Б	В

8. Решите графически систему уравнений $\begin{cases} 2x - y = -3, \\ 3x + y = -2. \end{cases}$

9. Решите задачу, составив систему уравнений:

«Два велосипедиста выехали одновременно навстречу друг другу из двух городов, расстояние между которыми 90 км. Через 3 ч они встретились, причём первый велосипедист проехал на 6 км больше второго. Найдите скорость каждого велосипедиста».

10. Прямая $y = kx + b$ проходит через точки $A(-2; 17)$ и $B(3; -8)$. Напишите уравнение этой прямой.

Запишите ответы в таблицу:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Проверьте ответы (см. в конце пособия). Если сделал много ошибок – повтори попытку (решите вариант 2).

Вариант 2

Часть 1

1. Какие из уравнений

A) $2x - xy = 1$; B) $\frac{2}{7}x + \frac{3}{8}y - 6 = 0$; C) $\frac{2x - y}{5} = -11$; D) $\frac{9}{x + 5y} = -2$

являются линейными?

- 1) A и B 2) B и C 3) B и D 4) B, C и D

2. Какая из пар чисел является решением системы уравнений $\begin{cases} x - 8y = 21, \\ 3x + y = 13? \end{cases}$

- 1) $(-3; -3)$ 2) $(5; -2)$ 3) $(2; 7)$ 4) $(29; 1)$

3. Из линейного $6x - 5y = -3$ уравнения выразите x через y .

1) $x = \frac{6}{5}y + 2$ 2) $x = \frac{6}{5}y - \frac{1}{2}$ 3) $x = \frac{5}{6}y + \frac{1}{2}$ 4) $x = \frac{5}{6}y - \frac{1}{2}$

4. График какого линейного уравнения изображён на рисунке 39?

- 1) $3x + y = 5$
2) $x + 3y = 5$
3) $3x - y = 5$
4) $3x + y = -5$

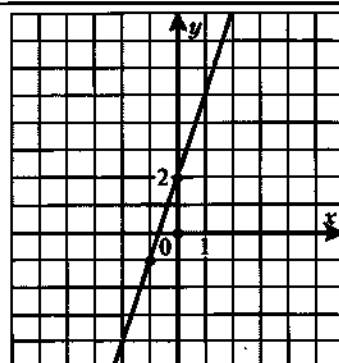


Рис. 39

5. Точка с ординатой -3 принадлежит графику уравнения $8x - 9y = -13$. Найди абсциссу этой точки.

Ответ: _____.

6. Реши систему уравнений $\begin{cases} x + 2y = 7, \\ 3x + 4y = 11. \end{cases}$

Ответ: _____.

7. Установи соответствие между системами уравнений

А) $\begin{cases} 5x - y = -2, \\ 10x - 2y = -4. \end{cases}$ Б) $\begin{cases} 5x - y = -2, \\ 10x - 2y = 4. \end{cases}$ В) $\begin{cases} 5x - y = -2, \\ 10x + 2y = 4. \end{cases}$

и числом их решений:

1) нет решений 2) единственное решение 3) два решения 4) бесконечно много решений

Ответ:

А	Б	В

Часть 2

8. Реши графически систему уравнений $\begin{cases} 2x - y = 3, \\ x + 2y = 4. \end{cases}$

9. Реши задачу, составив систему уравнений:

«Расстояние, равное 24 км, лодка проплыла по течению за 4 ч, а против течения за 6 ч. Найди собственную скорость лодки и скорость течения реки».

10. Прямая $y = kx + b$ проходит через точки $M(3; -16)$ и $N(-6; 47)$. Напиши уравнение этой прямой.

Запиши ответы в таблицу:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Проверь ответы (см. в конце пособия).

Вариант 1

Часть 1

1. Найди значение выражения $359^2 - 349^2$.

- 1) 6980 2) 7080 3) 7060 4) другой ответ

2. Расположи выражения $-0,4$; $(-0,4)^0$; $(-0,4)^2$; $(-0,4)^3$

в порядке возрастания их значений.

- 1) $-0,4$; $(-0,4)^3$; $(-0,4)^2$; $(-0,4)^0$ 3) $(-0,4)^0$; $-0,4$; $(-0,4)^2$; $(-0,4)^3$

- 2) $-0,4$; $(-0,4)^0$; $(-0,4)^2$; $(-0,4)^3$ 4) $(-0,4)^3$; $(-0,4)^2$; $-0,4$; $(-0,4)^0$

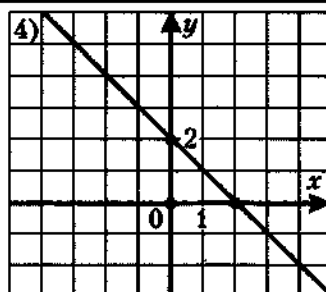
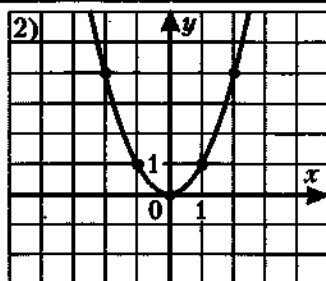
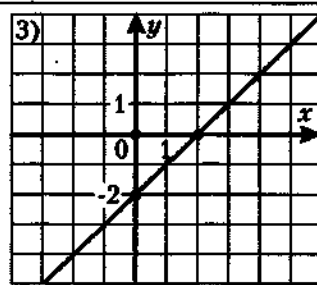
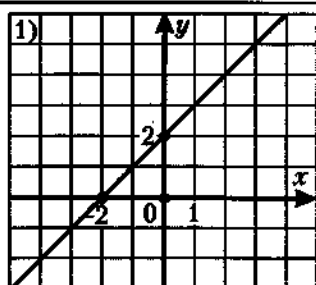
3. Представь в виде многочлена стандартного вида $5x(x-3)-5(x-4)^2$.

- 1) $-15x+16$ 2) $-15x+80$ 3) $25x-80$ 4) $55x+80$

4. Установи соответствие между функциями

- А) $y=2-x$ Б) $y=x+2$ В) $y=x^2$

и их графиками:



Ответ:

А	Б	В

5. Найди значение выражения $\frac{1}{3}x^2 - 5y^3$ при $x = -3$; $y = -2$.

Ответ: _____.

6. Разложи на множители $4x^2 - 4y^2 - x + y$.

Ответ: _____.

7. Установи соответствие между уравнениями

- А) $3x-7=2(x-4)$ Б) $3x-7=3(x-2)-1$ В) $3x-7=5(x-2)-2x$

и числом их корней:

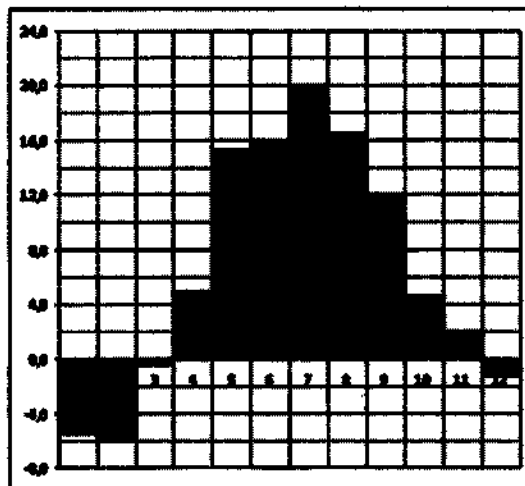
- 1) нет корней 2) один корень 3) два корня 4) бесконечно много корней

Ответ:

А	Б	В

8. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Минске за каждый месяц 2003 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали – температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру в 2003 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.

Ответ: _____.



9. Решите систему уравнений $\begin{cases} x + 3y = -14, \\ 2x - 5y = 38. \end{cases}$

Ответ: _____.

10. Получены следующие данные о росте десяти солдат (в см): 178, 169, 191, 182, 171, 173, 174, 180, 179, 164. Найдите средний рост солдата и количество солдат выше среднего роста.

Ответ: _____.

Часть 2

11. Построй график функции $y = 5x - 3$. Напиши уравнение прямой, параллельной построенному графику и проходящей через точку $K(-15; -86)$.

12. Из двух пунктов реки одновременно навстречу друг другу вышли две моторные лодки. Через 1,2 ч они встретились. Собственная скорость лодки, которая шла по течению реки, равна 18 км/ч, а лодки, которая шла против течения реки, 16 км/ч. До встречи одна лодка прошла на 9,6 км больше другой. Найди скорость течения реки.

13. Дана система уравнений $\begin{cases} ax + 2y = b, \\ x + y = 10. \end{cases}$ Найди такие значения a и b , чтобы система имела бесконечно много решений.

Запиши ответы в таблицу:

Часть 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Часть 2

11	12	13

Проверь ответы (см. в конце пособия).

Если сделал много ошибок – повтори попытку (реши вариант 2).

Часть 1

1. Найди значение выражения $536^2 - 526^2$.

- 1) 10520 2) 11620 3) 10620 4) другой ответ

2. Расположи выражения $\left(-\frac{1}{3}\right)^0; -\frac{1}{3}; \left(-\frac{1}{3}\right)^3; \left(-\frac{1}{3}\right)^4$

в порядке убывания их значений.

- 1) $\left(-\frac{1}{3}\right)^0; -\frac{1}{3}; \left(-\frac{1}{3}\right)^3; \left(-\frac{1}{3}\right)^4$ 3) $\left(-\frac{1}{3}\right)^4; \left(-\frac{1}{3}\right)^3; -\frac{1}{3}; \left(-\frac{1}{3}\right)^0$
 2) $\left(-\frac{1}{3}\right)^0; \left(-\frac{1}{3}\right)^4; \left(-\frac{1}{3}\right)^3; -\frac{1}{3}$ 4) $-\frac{1}{3}; \left(-\frac{1}{3}\right)^3; \left(-\frac{1}{3}\right)^4; \left(-\frac{1}{3}\right)^0$

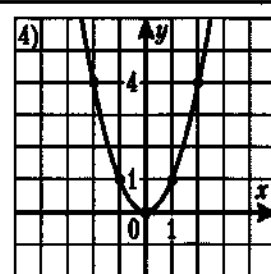
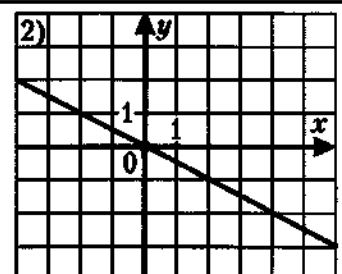
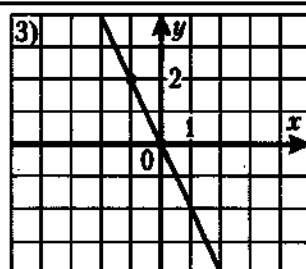
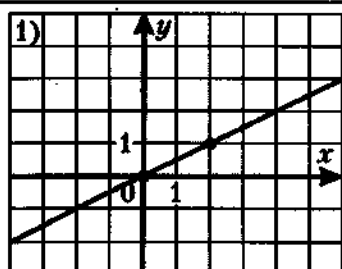
3. Представь в виде многочлена стандартного вида $6(x-2)^2 + 6x(5-x)$.

- 1) $30x+24$ 2) $30x-24$ 3) $6x-24$ 4) $6x+24$

4. Установи соответствие между функциями

- A) $y = -2x$ Б) $y = x^2$ В) $y = \frac{1}{2}x$

и их графиками:



Ответ:

А	Б	В

5. Найди значение выражения $0,5a^3 - 4b^2$ при $a = -2; b = -\frac{1}{2}$.

Ответ: _____.

6. Разложи на множители $a-b-5a^2+5b^2$.

Ответ: _____.

7. Установи соответствие между уравнениями

- A) $9x-6(x+2)=3x-12$ Б) $9x-6(x+2)=3x-2$ В) $9x-6(x+2)=2x-15$

и числом их корней:

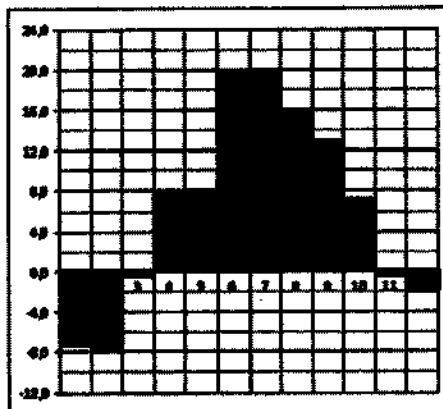
- 1) один корень 2) два корня 3) нет корней 4) бесконечно много корней

Ответ:

А	Б	В

8. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали – температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наименьшую среднемесячную температуру во второй половине 1999 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.

Ответ: _____.



9. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 3x - 2y = -19, \\ 5x + 4y = 5. \end{cases}$$

Ответ: _____.

10. Получены следующие данные о росте десяти семиклассников (в см): 158, 162, 165, 152, 168, 161, 170, 153, 168, 166. Найдите средний рост учащихся 7-го класса и количество ребят ниже среднего роста.

Ответ: _____.

Часть 2

11. Построй график функции $y = -2x + 3$. Напиши уравнение прямой, параллельной построенному графику и проходящей через точку $P(25; -33)$.

12. Из двух пунктов реки одновременно навстречу друг другу движутся две моторные лодки, собственные скорости которых равны. Скорость течения реки равна 2 км/ч. До встречи лодка, идущая по течению, шла 0,9 ч, а другая лодка шла 1 ч. Найди собственную скорость лодок, если лодка, идущая по течению, прошла на 2 км больше, чем другая лодка.

13. Дана система уравнений
$$\begin{cases} x - 2y = 6, \\ ax + 3y = b. \end{cases}$$
 Найди такие значения a и b , чтобы система имела бесконечно много решений.

Запиши ответы в таблицу:

Часть 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Часть 2

11	12	13

Проверь ответы (см. в конце пособия).

Повторение курса математики 5–6 классов

Проверочная работа

Вариант 1

1. а) – 6; б) – 14; в) 50; г) 6; д) – 3; е) – 36; ж) – 9; з) 19; и) 12.

2. а) 1,1; б) 1,66; в) 11,88; г) 9,6; д) 9; е) 0,72; ж) 0,08; з) 0,8; и) 1,4.

3. а) $\frac{2}{5}$; б) $\frac{2}{3}$; в) $\frac{10}{27}$.

4. а) $5\frac{5}{7}$; б) $5\frac{7}{8}$; в) $\frac{42}{55}$; г) $\frac{13}{36}$; д) $1\frac{2}{3}$; е) $\frac{6}{35}$; ж) $\frac{3}{2}$; з) $15\frac{1}{3}$; и) $1\frac{1}{6}$; к) $\frac{3}{70}$; л) $\frac{4}{45}$; м) 8,1.

5. $A(-6)$; $D(0)$; $S(-11)$.

6. а) 14 рейсов; б) $12\frac{1}{7}$ т.

7. а) 18; б) 36; в) 49; г) 162.

8. а) 27; б) 70; в) 400.

9. а) 20%; б) 250%; в) 3%.

10. а) $10a$; б) $4x$; в) $100k$; г) $9m-5a$; д) $3b-2$; е) $3x-27$.

11. а) 44; б) 7; в) 25; г) – 4; д) – 6 и 6; е) – 9; ж) 8; з) – 3 и 2.

12. $B(5; 1)$; $K(3; -2)$; $M(-4; 2)$; $T(-2; -3)$; $L(7; 0)$; $P(0; -3)$; $O(0; 0)$.

13. а) $1500 \text{ м}^2 = 15 \text{ ар}$; б) 17,4 км/ч.

Вариант 2

1. а) – 8; б) – 11; в) – 72; г) 2; д) – 3; е) 44; ж) – 8; з) 36; и) 18.

2. а) 1,1; б) 1,67; в) 10,89; г) 4,8; д) 70; е) 0,52; ж) 0,7; з) 0,4; и) 1,4.

3. а) $\frac{2}{3}$; б) $\frac{2}{3}$; в) $\frac{4}{15}$.

4. а) $4\frac{7}{9}$; б) $1\frac{5}{7}$; в) $\frac{73}{88}$; г) $\frac{1}{45}$; д) $2\frac{13}{15}$; е) $\frac{15}{88}$; ж) $\frac{3}{2}$; з) $42\frac{1}{3}$; и) $1\frac{1}{6}$; к) $\frac{1}{15}$; л) $\frac{19}{30}$; м) 4,9.

5. $E(-2)$; $K(4)$; $N(-7)$.

6. а) 12 бидонов; б) $32\frac{2}{3}$ л.

7. а) 25; б) 45; в) 16; г) 72.

8. а) 162; б) 15; в) 300.

9. а) 25%; б) 250%; в) 7%.

10. а) $11c$; б) $7y$; в) $1000m$; г) $10k-6p$; д) $6n-2$; е) $3x+27$.

11. а) 46; б) 3; в) 4; г) $11\frac{1}{3}$; д) - 12 и 12; е) - 7; ж) 50; з) - 1 и 4.

12. $A(0; -2)$; $E(4; 3)$; $G(6; -2)$; $N(3; 0)$; $O(0; 0)$; $S(-4; 1)$; $T(-3; -1)$.

13. а) $6000 \text{ м}^2 = 60 \text{ дм}^2$; б) 2,4 ч.

I. Выражения, тождества, уравнения

1. а) $31+77$; б) $(-3) \cdot 15$; в) $13-45$; г) $100:(12+13)$; д) $|19-28|$.

2. а) разность чисел 38 и 15; б) частное чисел (-21) и 7; в) сумма 12 и произведения чисел 6 и (-5) ; г) модуль суммы чисел (-13) и 25.

3. а) 40,373; б) 24,23; в) 68,297; г) 12,24; д) 0,9; е) 44,76; ж) 4,6.

4. а) $\frac{13}{24}$; б) $\frac{5}{18}$; в) $\frac{13}{30}$; г) $1\frac{4}{11}$; д) 0,1; е) $\frac{2}{3}$; ж) $\frac{45}{49}$; з) $2\frac{3}{13}$; и) 69.

5. а) $-3\frac{5}{7}$; б) 4,15; в) $-\frac{11}{12}$; г) $-\frac{75}{98}$; д) 18; е) $2\frac{1}{3}$; ж) - 35; з) 22; и) 10,4; к) 6,1; л) 125.

6. а) $-2\frac{1}{4}$; б) $-\frac{10}{17}$; в) $-\frac{7}{9}$; г) $-4\frac{1}{3}$.

7. $0,8 \cdot 240 + 0,6 \cdot 80$.

8. а) 12 км/ч и 8 км/ч; б) 36 км; в) 16 км; г) 4 км/ч; д) 7,5 ч.

9. а) 217,5 км; б) не изменится.

10. а) имеет смысл; а) не имеет смысла; а) имеет смысл; а) не имеет смысла.

12. а) 3,2; б) 7,5; в) 16,8; г) 15,6.

13. а) 60; б) 60%.

14. а) 25%; б) 12 090 р.; в) 85%.

15. а) $m+n$; б) x^3 ; в) $a-b^2$; г) $p(q-r)$.

16.

- 28	- 13	- 8	7	17
19	13	11	5	1

17.

12	- 18	12	10	- 5
----	------	----	----	-----

18. а) $5a+3b$ р.; б) $0,6nm$ зрителей.

19. а) при всех x ; б) при всех a , кроме $a=1$; в) при всех k ; г) при всех p ; д) при всех t , кроме $t=0$.

20. а) $P=2(a+b)$; б) $V=abc$; в) $m=12n$; г) $m=4n+1$.

21. а) 1,5 кг; б) 40% олова и 60% цинка; в) 5%.

22. а) $0,588 < 0,5881$; б) $32,63 > 32,6$; в) $4,248 > 4,238$; г) $0,62 = 0,6200$; д) $0,0001 > 0$; е) $-3,95 < 0$; ж) $42,1 > -42,1$; з) $-18,603 > -18,63$; и) $-538,1 > -538,2$.

23. а) $-56 + 241 > 240 - 56$; б) $38 \cdot 604 < 605 \cdot 38$; в) $-29 \cdot 150 > 151 \cdot (-29)$;

г) $61 \cdot 325 < 326 \cdot 62$; д) $-91 \cdot 430 < 430 \cdot |-91|$; е) $\frac{1}{2} \cdot 205 > 205 \cdot \frac{1}{3}$.

24. а) верно; б) неверно; в) неверно; г) верно.

25. а) $y < 3$; б) $x \geq -4$; в) $7 < n < 11$; г) $-2 \leq p \leq 30,5$; д) $t > 0$; е) $k \geq 0$.

26. а) 13,1; б) 72; в) 8; г) $5\frac{1}{4}$; д) 72.

27. а) $-5(q+p) = 5p - 5q$; г) $-5q + 5p = 5p - 5q$.

28. а) $43x$; б) $16 - 7a$; в) $4c - 11b$.

29. а) $a+b+c-d-p$; б) $a-b-c+d+p$; в) $2m-2n$; г) $-5,5p-6$.

30. а) $13-3x$; б) $24-9t$; в) $0,6-9,2p$; г) $25,8-14,7a$.

31. а) $1,3b+1,6$; б) $x+8y$; в) -3 .

32. а) $(13x+32)$ р.; б) $36t$ дет.; в) $0,99a$ р.; г) $40x$ %.

Проверочная работа № 1 по теме «Выражения. Преобразование выражений»

Вариант 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	2	4	1	-5	$-\frac{2}{15}$	44	6	-1,1	$\frac{600n}{480}$ р.

Вариант 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4	3	3	3	-3	$-\frac{5}{9}$	19,2	10	-0,9	$\frac{200-25,5m}{47}$ р.

33. а) да; б) нет; в) да; г) да.

34. а) нет; б) да; в) да; г) нет.

35. а) не имеет; б) имеет бесконечно много; в) имеет 1 корень; г) имеет 1 корень.

37. а) 2 корня; б) 1 корень; в) не имеет корней; г) не имеет корней.

38. а) 44; б) $\frac{1}{7}$; в) 25; г) -4; д) -0,4; 0,4; е) -2; 8; ж) -2; 1; з) -9; и) 8; к) -3; 2.

39. а) 6,5; б) нет корней; в) все числа; г) 7,9; д) 2,1; е) 3,6.

40. а) – 7; б) 4,5; в) – 8.

41. 4 года.

42. 7 «А» – 33, 7 «Б» – 30, 7 «В» – 27 учеников.

43. 120 л, 60 л.

44. 50 кг, 45 кг и 10 кг.

45. 180 км.

46. 2,5 ч.

47. 120 км.

48. 30 дней.

49. 5 кг.

50. 10 л.

51. 3 л 5%-го раствора, 1 л 25%-го раствора.

52.

	а)	б)	в)
Среднее арифметическое	50	5,9	30,2
Размах	30	7,5	5

53. Изменится. 13.

54.

	Среднее арифметическое	Размах	Мода
а)	39,9	10	43
б)	– 15,5	9	– 13
в)	5	0,7	нет
г)	0,3	14	нет

55. а) 12; б) 34; в) 17.

56. а) 8 и 16; б) 34 и 14.

57. а) 25; б) 103; в) 84; г) 3,4.

58. а) 29; б) 34.

59. а) 50,6; б) 24; в) 52; г) 52.

60. а) 128,5; б) 132,5; в) медиана.

Вариант 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4	2	4	2	-7,5	0,5	3142	-1; 2,2	55 км/ч 60 км/ч	40 г 100 г

Вариант 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	3	2	3	-12,5	-0,5	2341	$-\frac{2}{3}; 2$	4,5 км/ч 6 км/ч	64 г

61. а) $P=4x$; б) $P(5)=20$, $P(7)=28$, $P(12,5)=50$.

62. а)

n	2	4	8	10	11	12
$t^{\circ}\text{C}$	4	14	24	13	6	7

б) 24.

63.

x	-8	-5	-1	0	1	7	10
y	123	45	-3	-5	-3	93	195

64. а) $y(-2)=-10$; б) $y(5)=130$; в) $y(a)=a^3+a$; г) $y(3a)=(3a)^3+3a$.

65. а) -16; б) 6; в) 38.

66.

x	-24	9	0	3,5	6	-3,5	35
y	55	-11	7	0	-5	14	-63

67. а) все числа; б) все числа, кроме 0; в) все числа, кроме 0 и 3; г) все числа, кроме -5.

68.

x	-1	0	1	2	3	4
y	3	1,5	1	0,75	0,6	0,5

69. а) $-2 \leq x \leq 4$; б) $-1 \leq y \leq 5$.

70. а) является; б) не является; в) не является; г) является.

71.

x	-3	0	11	-4	1	$-3\frac{1}{3}$
y	-0,5	-5	-21,5	1	-6,5	0

72. а) прямая, проходящая через точки (0; 3) и (3; 0); б) прямая, проходящая через точки (0; -3) и (2; 1); в) прямая, проходящая через точки (0; 1) и (4; -1).

73. а) $(0; -3)$ и $(0,6; 0)$; б) $(0; 2)$ и $\left(\frac{1}{3}; 0\right)$; в) $(0; 1)$ и $(-2; 0)$.

74. а) проходит; б) проходит; в) не проходит.

75. а) $(-10; -8)$; б) не пересекаются; в) $(5,5; 3)$.

76. 3.

77.

1	2	3	4
В	А	Г	Б

78. а) 3 ч, 9 ч; б) 120 км, 60 км; в) 0,5 ч, 0,5 ч;

$$\text{г)* } s(t) = \begin{cases} 40t, & 0 \leq t < 4,5, \\ 180, & 4,5 \leq t \leq 6, \\ 420 - 40t, & 6 < t \leq 10,5, \end{cases} \quad \text{д)* } s(t) = \begin{cases} 60t, & 1 \leq t < 4, \\ 180, & 4 \leq t \leq 7, \\ 600 - 60t, & 7 < t \leq 10. \end{cases}$$

79. 2,5 ч.

80. 2,5 ч.

Проверочная работа №3 по теме «Функции»

Вариант 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4	3	1	3	$y = -13x + 10$	2,3	3412	Не принадлежит	$k = 3,5;$ $b = -6$	См. ниже

$$10^*. 2) s(t) = \begin{cases} 5t, & 0 \leq t < 1, \\ 5, & 1 \leq t \leq 2, \\ 6t - 7, & 2 < t \leq 3. \end{cases}$$

Вариант 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	1	3	1	$y = 58 - 11x$	-0,5	4321	Не принадлежит	$k = -2,5;$ $b = 8$	См. ниже

$$10^*. 2) s(t) = \begin{cases} 50t, & 0 \leq t < 2, \\ 100, & 2 \leq t \leq 3, \\ 220 - 40t, & 3 < t \leq 5,5. \end{cases}$$

81. а) $(0,31)^4$; б) $(-8)^4$; в) $\left(\frac{3}{5}\right)^4$; г) $(-p)^4$; д) $(x+y)^4$; е) $(abc)^4$.

82. а) $4^{10} = 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$; б) $(-1,7)^3 = (-1,7) \cdot (-1,7) \cdot (-1,7)$;

$$в) (-cd)^5 = (-cd)(-cd)(-cd)(-cd)(-cd); г) \left(\frac{t}{5}\right)^4 = \left(\frac{t}{5}\right)\left(\frac{t}{5}\right)\left(\frac{t}{5}\right)\left(\frac{t}{5}\right).$$

$$83. а) 216; б) 121; в) 1024; г) 625; д) 12,25; е) - 2,0736; ж) \frac{32}{3125}; з) -\frac{125}{64}.$$

$$84. а) 162; б) 1296; в) 58; г) 100; д) - 15; е) 17; ж) 210; з) -7,2.$$

85.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2^n	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
3^n	3	9	27	81	243	729	2187	6561	—	—
4^n	4	16	64	256	1024	4096	—	—	—	—
5^n	5	25	125	625	3125	—	—	—	—	—
6^n	6	36	216	1296	—	—	—	—	—	—
7^n	7	49	343	2401	—	—	—	—	—	—
8^n	8	64	512	4096	—	—	—	—	—	—
9^n	9	81	729	6561	—	—	—	—	—	—

$$86. а) 64 = 8^2; 0,0081 = (0,09)^2; \frac{4}{49} = \left(\frac{2}{7}\right)^2;$$

$$б) 27 = 3^3; -0,064 = (-0,4)^3; \frac{8}{125} = \left(\frac{2}{5}\right)^3;$$

$$в) 9 = 3^2; 243 = 3^5; 729 = 3^6;$$

$$а) 10 = 10^1; 1000 = 10^3; 10000000 = 10^7.$$

$$87. а) 520; б) - 24300; в) 0,24; г) 5,4321.$$

$$88. а) S = (5a+1)^2; б) V = \left(\frac{1}{3}b-2\right)^2.$$

$$89. а) (m-8)^3; б) (5c)^2 - 3^2; в) 2a^2 \cdot 7; г) (6x+1)^2.$$

$$90. а) \text{разность квадратов } a \text{ и } b; б) \text{квадрат разности } a \text{ и } b; \\ в) \text{удвоенный куб разности } a \text{ и } b; г) \text{утроенная сумма кубов } a \text{ и } b.$$

$$91. а) x^{18}; б) 3^{18}; в) 5^4; г) 3^7; д) a^{12}; е) 0,4^{14}; ж) 10^2; з) 5^{12}.$$

$$92. а) 512; б) 0,0081; в) - 0,0000128; г) \frac{3125}{1024}; д) 512; е) 729; ж) 625; з) -\frac{128}{2187}.$$

$$93. а) 216; б) 0,0016; в) - 0,00001; г) 2\frac{1}{4}.$$

$$94. а) 625; б) 36; в) \frac{125}{64}; г) \frac{1}{9}; д) - 0,21; е) 100\,000; ж) 16; з) 5.$$

$$95. а) a^{k+3}; б) b^{n+1}; в) c^m; г) x^{6-n}; д) p^{n-1}; е) t^{m-3}.$$

96. а) 0,5; б) - 2,4; в) 0,625; г) - 1.

97. а) $(ab)^6$; б) $(4x)^3$; в) $(-0,1c)^5$; г) $\left(-\frac{2}{3}pq\right)^4$; д) b^{24} ; е) t^{18} ; ж) a^{20} ; з) c^{24} .

98. а) 1000; б) 1; в) 1; г) 12,5; д) 1; е) 1,6.

99. а) b^{17} ; б) c^{16} ; в) x^{42} ; г) y^{40} ; д) p^{54} ; е) a^{36} .

100. а) $(x^2)^9 = (x^3)^6 = (x^6)^3$; б) $(x^2)^{12} = (x^3)^8 = (x^4)^6$.

101. а) 9; б) 16; в) 25.

102. а) да; б) да; в) да; г) нет; д) да; е) да; ж) да; з) нет.

103. а) $5y^8$; 5; 8; б) $4,2c^3d$; 4,2; 4; в) $-1,2a^4b^5$; - 1,2; 9; г) $-\frac{4}{3}c^3d^6$; $-\frac{4}{3}$; 9.

104. а) - 2,43; б) - 2,5; в) - 0,09.

105. а) $1,2xy$; б) $-0,14a^5b^3$; в) $1,5c^7d^7$; г) $0,5x^5y^4$.

106. а) $125x^3y^{18}$; б) $-0,00001a^{55}b^{15}c^5$; в) $a^{24}b^6c^{54}$; г) $\frac{512}{81}x^8y^{32}z^4$.

107. а) $0,5x^7y^6$; б) $-0,001a^9b^{12}$; в) $-100p^{17}$; г) $\frac{16}{9}x^{10}y^{14}$.

108. а) $(0,5a^4)^2$; б) $(0,8x^3y^7)^2$; в) $\left(\frac{2}{9}c^5d^2\right)^2$; г) $(100x^9y)^2$.

109. а) $(0,5t^3)^3$; б) $(0,1x^2y^5)^3$; в) $\left(\frac{2}{3}c^4d\right)^3$; г) $(-10x^6y^7)^3$.

110.

x	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
y	9	6,25	4	2,25	1	0,25	0	0,25	1	1,5	4	6,25	9

112. а) $y(-2,4) \approx 5,7$; б) $y(1,7) \approx 2,9$; в) $x \approx -1,4; x \approx 1,4$; г) $x \approx -2,2; x \approx 2,2$.

113. а) не принадлежит; б) не принадлежит; в) принадлежит; г) не принадлежит.

114.

x	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2
y	-8	-3,4	-1	-0,1	0	0,1	1	3,4	8

116. а) $y(-1,4) \approx -2,7$; б) $y(1,6) \approx 4,1$; в) $x \approx 1,8$.

117. а) принадлежит; б) принадлежит; в) не принадлежит; г) не принадлежит.

118. а) $0,7^2 > 0,7^3$; б) $1,6^2 < 1,6^3$; в) $2,1^2 < 2,1^3$; г) $(-1,5)^2 > (-1,5)^3$.

119. а) - 1; 2; б) 2.

Вариант 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	1	2	342	81	$3a^5b^8, -3\frac{5}{9}$	$0,1abc$	$-2; 1$	10

Вариант 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	2	2	4	231	625	$-\frac{320}{243}c^5d^7; 2,5$	$1,25xyz$	1	-3

120. а) $-8y^5 + 12y^3 - 4y^2 - 7$; б) $8x^8 - 8x^5$; в) $-4x^2y^3 + 2xy - 6x + 1$.

121. а) 141; б) 19; в) 1,111.

122. а) 7; б) 3; в) 1; г) 2.

123. а) $5x^2 - 9x - 2$; б) $3x^3 + 4x^2 - 3x - 7$; в) $5x^2 + 5x + 4$; г) $-x^3 + 4x^2 - 9x + 11$.

124. а) $-5,8x^2 - 3,2x + 1,5$; б) $a^3 + a^2 - 6,7a + 1,3$; в) $-2x^2y - xy^2 + xy - 4$; г) $6ab - 4a + 3b - 3$.

125. а) $-0,4$; б) -38 .

126. а) $(5x^3 - 6x^2) + (3 - 4x)$; б) $(10x^2 - 2x) + (x^2 + 5)$.

127. а) $2ab^3 - (4ab - 7)$; б) $7x^2 - (1 - 5x)$.

128. а) 0,5; б) -3 ; в) 1,5; г) $-0,3$.

129. а) $1100a + 110b + 11c + d$; б) $1000a + 90b + 9c + d$; в) $1001a + 200b + 10c + d$; г) $1000a + 100b + 9c - 99d$.

130. а) $2n + (2n + 2) + (2n + 4) = 6n + 6 = 6(n + 1)$ делится на 6;

б) $(2n + 1) + (2n + 3) + (2n + 5) + (2n + 7) = 8n + 16 = 8(n + 2)$ делится на 8.

131. а) $8a^3 - 24a^2 + 8a$; б) $-14c^6 - 28c^4 + 63c^2$;

в) $-10x^2y^5 + 7,5x^3y^4 - 12,5xy^3 + 2,5x^2y^2$; г) $6b^4c^5 - 3b^5c^4 - 1,2b^4c^2$.

132. а) $20a - 3a^2$; б) $8x^2 - 17x$; в) $-2a^2 + 3b^2 - ab$; г) $-p^2q^2 - p^2 - pq$.

133. а) $-xy + 2x - 6y$; б) $-4,5$; в) $10a + 11b + 20$; г) 16,5.

134. а) -1 ; б) -1 ; в) -12 ; г) $-0,4$.

135. а) 15; б) 18; в) 5; г) 5.

136. а) -4 ; б) 0,5.

137. а) 2; б) 147; в) $\cdot 45$; г) $\cdot 58$.

138. а) $2(3b-2a)$; б) $3y(3a+4b)$; в) $3m(5n-11m)$; г) $xy^2(3y-x^2)$.

139. а) $p^2(p^2-2p-3)$; б) $a(6-9a+a^3)$; в) $y^3(-1+3y^3-y^6)$; г) $5n^2(n^2-3+4n^4)$.

140. а) $x(6x^3-12x^2y+y^2)$; б) $2a^2(-4a^3+2ab-b^2)$;
в) $7x^2y(-2+3xy+5x^2y^2)$; г) $3mn(3-4m+7n^2)$.

141. а) 4,39; б) 14,4; в) - 276.

142. а) 0; б) $-\frac{4}{7}$; в) $0; \frac{1}{15}$; г) $-\frac{8}{3}$; 0.

143. а) $12^3 \cdot 13$ делится на 13; б) $100^9 \cdot 99$ делится на 99;
в) $3^7 \cdot 25$ делится на 25; г) $5^9 \cdot 119$ делится на 119.

144. а) $(b-3)(2a+c)$; б) $(b-3)(2a+c)$; в) $(q-7)(p-q)$;
г) $(d+4)(1-d)$; д) $3(x-y)(x+y)$; е) $(2b+c)(-1-10b-5c)$.

**Проверочная работа № 5 по теме «Действия над многочленами
(сложение, вычитание, умножение на одночлен)»**

Вариант 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4	3	2	3	432	-0,4; 0	2	7·43 делится на 43	19	62 л, 78 л

Вариант 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4	2	3	1	234	0; 0,75	7	11·131 делится на 131	0,5	14 л, 19 л

145. а) $km+kn+lm+ln$; б) $xa+xb-ya-yb$; в) $ab-5a+3b-15$; г) $5a+ab-5b-b^2$;
д) $6a^2-49a+8$; е) $-15x^2+x+6$; ж) $6n^2+18n-35$; з) $-21k^2+23k-6$.

146. а) $a^3+a^2b^2+ab+b^3$; б) $3n^4+18m^2n^2-m^2n-6n^3$; в) $10x^4+3x^2y^2-y^4$;
г) $4x^3+21x^2-18x$; д) $5c^4-37c^3-24c^2$; е) $21x^2-27x-14x^5+18x^4$.

147. а) $a^2+10a+5$; б) $1-4c+4c^2$; в) $6x^2-24x+9$; г) $36-60y+25x^2$.

148. а) $a^3-2a^2b-2ab^2+b^3$; б) $p^3-6p^2q+9pq^2-2q^3$;
в) $x^3-8x^2+17x-6$; г) $-5n^3+14n^2+32n-32$.

149. а) $a^4-5a^3-14a^2$; б) $5x^4-10x^3-15x^2$; в) $b^3+6b^2+11b+6$; г) $y^3+y^2-10y+8$.

151. а) $-4a-21$; б) $-8x^2+21$; в) $2mn-6m-6n$; г) b^2-3a+2 .

152. а) 0,5; б) 2; в) - 2; г) 0,5.

154. а) 11; 12; 13; 14; б) 1680 м^2 ; в) 100 км.

155. а) $(x+y)(a+7)$; б) $(m-n)(p+3)$; в) $(5+x)(a+b)$; г) $(x+2y)(m-4n)$;
д) $(a-1)(a^2+1)$; е) $(x-5)(x^2+2)$; ж) $(a+b)(13-a)$; з) $(x+y)(z-x)$.

156. а) $(x+y)(a+2b-3c)$; б) $(x^2+y^2)(5-3t+pq)$.

157. а) $(x+3)(x+1)$; б) $(x-3)(x-4)$; в) $(a+3)(a-4)$; г) $(b+2)(b-5)$.

158. а) $(3x-1)(x^2+y)$; б) $(4x+1)(2x-y)$; 120.

159. а) -2 ; б) 1 ; 5.

**Проверочная работа № 6 по теме «Умножение многочленов,
разложение многочлена на множители»**

Вариант 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4	2	3	4	241	-4	0	-2; 6	$(a+2)(a+4)$	22 м, 10 м

Вариант 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	2	2	324	-2	7	1; 3	$(c-6)(c+3)$	13 м

161. а) $m^2+2mn+n^2$; б) $p^2-2pt+t^2$; в) $a^2+8a+16$; г) $49-14b+b^2$;

д) $k^2+0,6k+0,09$; е) $144-24n+n^2$; ж) $c^2+60c+900$; з) $\frac{1}{4}-y+y^2$.

162. а) $36x^2+60x+25$; б) $81b^2-6bc+\frac{1}{9}c^2$; в) $0,16a^2+0,4ab+0,25b^2$; г) $225x^2-6xy+0,04y^2$;

д) $x^2-16x+64$; е) $\frac{1}{16}+p+4p^2$; ж) n^2-6n+9 ; з) $0,25x^2+40xy+1600y^2$.

163. а) x^6-12x^3+36 ; б) $9-12c^2+4c^4$; в) $25x^2+10xy^5+y^{10}$; г) $64p^2-1,6pq^4+0,01q^8$.

164. а) $9a^2-12a$; б) $25x^2+16y^2$; в) $7,2c-0,09c^2$; г) $-36+12pq^2$; д) $18t$; е) $-8c^4-32$.

165. а) $30x+49$; б) $14a$; -14.

166. а) 1681; б) 2304; в) 5041; г) 9801; д) 40 804; е) 249 001; ж) 102,01; з) 96,04.

168. а) $x^2+4y^2+1+2x+4y+4xy$; б) $9p^2+25q^2+4-30pq+12p-20q$;

в) $0,25b^2+16c^2+d^2+4bc-bd-8cd$; г) $x^4+36y^6+\frac{4}{9}-12x^2y^3-\frac{4}{3}x^2+8y^3$.

169. а) 1225; б) 3025; в) 7225; г) 15 625.

170. а) 0,5; б) -1,5; в) 0,25; г) -1,4.

171. а) $3a$; б) $7d$; в) $6y$; г) $3,2a$.

172. а) $(2+a)^2$; б) $(p-9)^2$; в) $(3c+4d)^2$; г) $(5a-0,4c)^2$.

173. а) $(6x-0,1)(6x-0,1)$; б) $(2y+7)(2y+7)$;

в) $\left(0,3a-\frac{1}{3}b\right)\left(0,3a-\frac{1}{3}b\right)$; г) $(1,2c+5d)(1,2c+5d)$.

174. а) $4a^2$; б) 9; в) $3cd$; г) $4,8ab$.

175. а) 100; 6) $-2,25$.

176. а) $(9x-2)^2 \geq 0$; 6) $-(5a-0,2b)^2 \leq 0$.

177. а) $(a^3+3b^2)(a^3+3b^2)$; 6) $\left(0,4x^6-\frac{1}{2}y^3\right)\left(0,4x^6-\frac{1}{2}y^3\right)$.

179. а) $m^3+3m^2n+3mn^2+n^3$; 6) $p^3-3p^2q+3pq^2-q^3$; в) $27+27b+9b^2+b^3$;

г) $k^3-12k^2+48k-64$; д) $64b^3+144b^2c+108bc^2+27c^3$; е) $8a^3-60a^2+150a-125$;

ж) $x^6+3x^4y^5+3x^2y^{10}+y^{15}$; з) $125k^9-75k^6l^7+15k^3l^{14}-l^{21}$.

180. а) $24m^2+2$; 6) $(c-3d)(c+3d)^2$.

181. а) $n^3-(3m)^3$; 6) $(5p+7)^2$; в) $2 \cdot 2 \cdot 9c$; г) $(x^3+4y)(x^3-4y)$.

183. а) m^2-n^2 ; 6) $4p^2-1$; в) $16t^2-9s^2$; г) $25k^2-49l^2$; д) a^4-81 ; е) y^4-4x^2 ;

ж) $9n^8-16k^6$; з) $1,44p^{10}-0,49q^2$.

184. а) $2y$; 6) $7c$; в) $\frac{3}{4}b^3$; г) $9v^5$.

185. а) 2499; 6) 1596; в) 39 984; г) 3,9991.

186. а) n^2-m^2 ; 6) $4b^2-a^2$; в) $-9x^2y^2-48xy-64$; г) $-t^6+10t^3s-t^6$.

187. а) m^4-16n^4 ; 6) $5ab^4-0,05a^3$; в) x^3-49 ; г) $6p-p^2+1$.

188. а) -1 ; 6) $-4,9$.

189. а) $(y-z)(y+z)$; 6) $(9-t)(9+t)$; в) $(2p-0,5)(2p+0,5)$; г) $(x+2y)(m-4n)$;

д) $(x^2-6y^3)(x^2+6y^3)$; е) $(ab^4-0,1)(ab^4+0,1)$; ж) $(1,2y-5x^2)(1,2y+x^2)$;

з) $(3cd^6-0,04)(3cd^6+0,04)$.

190. а) $\left(\frac{2}{5}-3t^2\right)\left(\frac{2}{5}+3t^2\right)$; 6) $(ab-9c^2)(ab+9c^2)$;

в) $\left(\frac{3}{13}c^7-0,6d\right)\left(\frac{3}{13}c^7+0,6d\right)$; г) $(0,01-5x^{10})(0,01+5x^{10})$.

191. а) 1120; 6) $-13,4$; в) 0,536; г) 0,2; д) 35; е) 158 000; ж) 6; з) $3\frac{1}{8}$.

192. а) $-0,4$; 0,4; 6) $-1,5$; 1,5; в) $-0,18$; 0,18; г) $-3,5$; 3,5.

193. а) $(a+2)(a+8)$; 6) $(x+2)(10-x)$; в) $3(m+4)(3m+2)$; г) $(0,8-2c)(1+2c)$;

д) $(c-5d)(17c-5d)$; е) $4(2a-b)(b-a)$; ж) $-4pq$; з) $80mn$.

**Проверочная работа № 7 по теме «Квадрат двучлена.
Разность квадратов»**

Вариант 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	2	4	2	413	88	1044	-25; 25	$(a-5b)(0,8a+5b)$	2

Вариант 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	2	4	241	-42	-128000	-6; 6	$(x-7y)(0,6x+7y)$	-0,5

196. а) $(p+q)(p^2-pq+q^2)$; б) $(m-n)(m^2+mn+n^2)$; в) $(4+x)(16-4x+x^2)$;

г) $(z-3)(z^2+0,3z+0,09)$; д) $(2c+0,1d)(4c^2-0,2cd+0,01d^2)$;

е) $\left(b-\frac{1}{5}a\right)\left(b^2+\frac{1}{5}ab+\frac{1}{25}a^2\right)$; ж) $\left(\frac{2}{3}a+1\right)\left(\frac{4}{9}a^2-\frac{2}{3}a+1\right)$;

з) $(q-0,4p)(q^2+0,4qp+0,16p^2)$.

197. а) $(n^2+1)(n^4-n^2+1)$; б) $(0,5-z^4)(0,25+0,5z^4+z^8)$; в) $(t^3-3)(t^6+3t^3+9)$;

г) $(x^2+y^2)(x^2y^2-x^4-y^4)$; д) $(xy+2)(x^2y^2-2xy+4)$; е) $(1-ab^2)(1+ab^2+a^2b^4)$;

ж) $(mn^3+p^2)(m^2n^6-mn^3p^2+p^4)$; з) $(50-a^2)(2500+50a^2+a^4)$.

198. а) $739^2-139^2=600\cdot 878$ делится на 600; б) $68^3+31^3=99(68^2-68\cdot 31+31^2)$ делится на 99.

199. а) да; б) да; в) нет; г) да; д) нет.

200. а) $5b^2-5ab$; б) $15+2c-c^2$; в) $-5p^2-5q^2$; г) $-2x^2+33x-41$.

201. а) $32-8b^2$; б) $4x^2-21x+4$;

202. а) -2,5; б) 5.

203. а) $4(a-y)(a+y)$; б) $c(x-y)(x+y)$; в) $z(x-3y^2)(x+3y^2)$; г) $p(p-5)(p+5)$.

204. а) $(t-0,3)(t+0,3)(t^2+0,09)$; б) $(1-c)(1+c)(1+c^2)(1+c^4)$; в) $5(x+3)^2$; г) $2x(y-5)^2$.

205. а) $(a-2y)(a+2b+1)$; б) $(3p+q)(1+3p-q)$;

в) $(x-y+5)(x+y+5)$; г) $(a-2b-0,3)(a-2b+0,3)$.

206. а) -2; 0; 2; б) -0,2; 0; 0,2.

Вариант 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	1	2	4	432	$(6-5a)(7a+6)$	$-5; 0; 5$	18	$(x+y)(x-y-9)$	$8(-k-1)$ делится на 8

Вариант 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	4	3	214	$(7-2b)(4b-7)$	$-6; 0; 6$	-20	$(p-q)(p+q-5)$	$4(m^2+m+2)$ делится на 8

207. а) да; б) нет; в) да; г) нет; д) нет.

208. а) да; б) нет; в) нет; г) да; д) да.

210. а) $x = 2,5y - 8,5$; б) $y = 0,4x + 3,4$.

211. а) $y = 11 - 5x$; (1; 6); (2; 1); (3; -4); б) $y = -\frac{4}{3}x - 4$; (0; -4); (3; -8); (-3; 0).

212. а) 5 или 10; б) 5.

213. а) нет; б) да; в) нет; г) да.

215. а) -2; 0; 2; б) -0,2; 0; 0,2.

216. а) нет; б) да.

217. а) нет; б) да.

219. а) (2; 3); б) (-3; 3); в) (-4; -3); г) (4; -1).

220. а) 1 решение; б) 1 решение; в) нет решений; г) бесконечно много решений.

221. а) (3; 2); б) (1; -5); в) (-1; -1); г) (-2; 4).

222. а) (-5; -1); б) $\left(\frac{1}{3}; -2\right)$.

223. а) (1; -3); б) (-2; 5).

224. а) (-10; 12); б) (9; -6).

225. а) (3; -1); б) (-1; -3); в) (-2; 5); г) (4; -2).

226. а) (-3; 2); б) (0,5; -2); в) (5; -1); г) (-7; 3).

227. а) $y = 3x - 5$; б) $y = -\frac{1}{2}x + 7$.

228. а) $y = -0,5x + 2$; б) $y = 3x + 9$.

229. а) $y = \frac{2}{5}x - 2$; б) $y = -3,5x + 7$.

230. а) (-1; 4); б) (-2; 6); в) (-2; -3); г) (-4; 3).

231. а) нет решений; б) имеет бесконечно много решений.

232. а) 30 см и 20 см; б) 9 м и 4 м.

233. а) 16 лет и 11 лет; б) 12 лет и 40 лет.

234. а) 60 и 66 костюмов; б) 11 девочек и 12 мальчиков.

235. а) 6 кроликов и 14 кур; б) 9 кг и 7 кг; в) 4 галки и 3 палки.

236. а) 40 и 36; б) 5 и 17; в) 43.

237. а) 18 км/ч и 12 км/ч; б) 12 км/ч и 3 км/ч.

238. а) 8 л 3%-го и 2 л 18%-го растворов; б) 14 л и 2 л.

239*. а) 40 л и 60 л; б) $\frac{2}{5}$.

Проверочная работа № 9 по теме «Системы линейных уравнений с двумя переменными»

Вариант 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	3	4	4	-15	$(-3; 2)$	143	$(-1; 1)$	16 км/ч, 14 км/ч	$y = -5x + 7$

Вариант 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	1	-5	$(-3; 5)$	412	$(2; 1)$	5 км/ч, 1 км/ч	$y = -7x + 5$

Итоговая проверочная работа

Вариант 1

Часть 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	1	3	412	43	$(x-y)(4x+4y-1)$	241	20	$(4; -6)$	176,1

Часть 2

11	12	13
$y = 5x - 11$	3 км/ч	$a = 2, b = 20$

Вариант 2

Часть 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	2	4	341	-31,5	$(a-b)(1-5a-5b)$	431	-6	$(-3; 5)$	162,3

Часть 2

11	12	13
$y = -2x + 17$	18 км/ч	$a = -1,5, b = -9$

1. **Алгебра: учеб.** для 7 кл. общеобразоват. учреждений / [Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова]; под ред. С.А. Теляковского. – М.: Просвещение, 2011.
2. **Алгебра: сборник заданий** для подготовки к гос. итоговой аттестации в 9 классе / Л.В. Кузнецова, С.Б. Суворова и др. – М.: Просвещение, 2012.
3. Александрова В.Л., Высоцкий И.Р., Карташева Г.Д., Крайнева Л.Б., Семёнов А.В., Шестакова И.В. **Диагностические работы по математике. 5-9 класс** / Под редакцией И.В.Ященко и А.В.Семёнова. – М.: МЦНМО, 2012.
4. Александрова В.Л. **Математика. 5 класс. Практикум. Готовимся к ГИА: [учебное пособие]**. – М.: Интеллект-Центр, 2013.
5. Гусева И.Л. и др. **Тестовые материалы для оценки качества обучения. Алгебра. 7 класс: [учебное пособие]**. – М.: Интеллект-Центр, 2012.
6. Дудницын Ю.П. **Алгебра. Тематические тесты. 7 класс** / Ю.П. Дудницын, В.Л. Кронгауз. – М.: Просвещение, 2011.
7. Жохов В.И., Крайнева Л.Б. **Уроки алгебры в 7 классе: книга для учителя**. – М.: Просвещение 2010.
8. Звавич Л.И. и др. **Дидактические материалы по алгебре для 7 класса** / Л.И. Звавич, Л.В. Кузнецова, С.Б. Суворова. – М.: Просвещение, 2010.
9. Кононов А.Я. **Задачи по алгебре: пособие для учащихся 7–9 кл. общеобразоват. учреждений**. – М.: Просвещение, 1996.
10. Крайнева Л.Б. **Алгебра. 7 класс. Контрольные работы в новом формате: учебное пособие** / под общей ред. А.В. Семёнова. – М.: Интеллект-Центр, 2011.
11. Лебединцева Е.А., Беленкова Е.Ю. **Алгебра 7 класс. Задания для обучения и развития учащихся**. – М.: Интеллект-Центр, 2010.
12. Макарычев Ю.Н. **Изучение алгебры в 7-9 классах: кн. для учителя** / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, С.Б. Суворова. – М.: Просвещение, 2009.
13. Миндюк Н.Г. **Алгебра. Рабочие программы. Предметная линия учебников Ю.Н. Макарычева и др. 7–9 классы: пособие для учителей образоват. Учреждений**. – М.: Просвещение, 2011.
14. Пичурин Л.Ф. **За страницами учебника алгебры**. – М.: Просвещение, 1991.
15. **Примерные программы по учебным предметам. Математика 5-9 классы.** / А.А. Кузнецов. – М.: Просвещение, 2011.
16. Семёнов А.В., и др. **Государственная итоговая аттестация выпускников 9 классов в новой форме. Математика 2013. Учебное пособие** / Под ред. И.В.Ященко; Московский Центр непрерывного математического образования. – М.: Интеллект-Центр, 2013.
17. Шестакова И.В. **Математика. 6 класс. Практикум. Готовимся к ГИА: [учебное пособие]**. – М.: Интеллект-Центр, 2013.

